

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 41

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

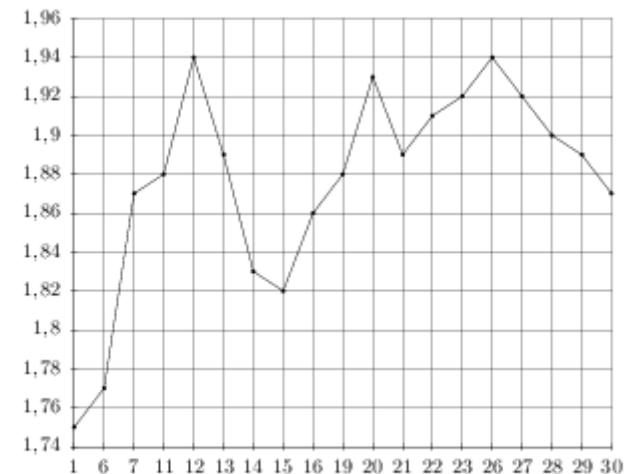
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

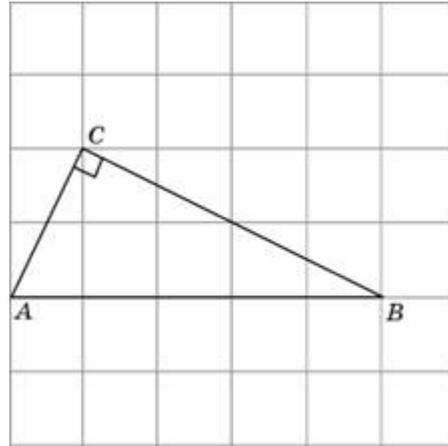
Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 3%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 550 рублей. Какую минимальную сумму положить в приемное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 550 рублей?

В2 На рисунке жирными точками показан курс австрийского шиллинга, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 30 января 1999 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена шиллинга в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какой был курс шиллинга 15 января. Ответ дайте в рублях.



B3 Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника ABC , если стороны квадратных клеток равны 1.



B4 Рейтинговое агентство определяет рейтинг соотношения «цена-качество» электрических фенов для волос. Рейтинг вычисляется на основе средней цены P и оценок функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается экспертами по 5-балльной шкале целыми числами от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле $R=3(F+Q)+D-0,01P$. В таблице даны оценки каждого показателя для нескольких моделей фенов. Определите, какая модель имеет наименьший рейтинг. В ответ запишите значение этого рейтинга.

Модель фена	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1200	1	3	1
Б	3200	2	3	4
В	5500	3	0	0
Г	5700	3	2	3

B5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{8x+3} = \frac{1}{11}$

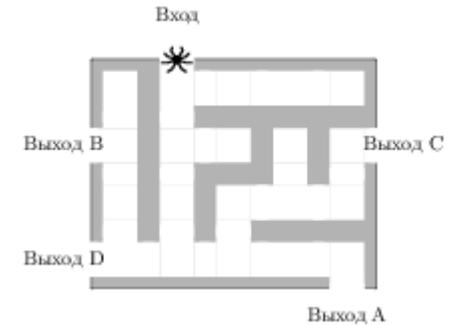
B6 Углы A, B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как 1:6:17. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.

B7 Найдите значение выражения $\sqrt{300} \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sqrt{75}$.

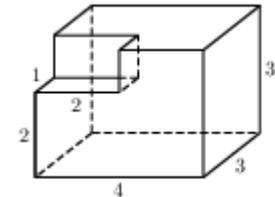
B8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с

B9 Если каждое ребро куба увеличить на 2, то его площадь поверхности увеличится на 192. Найдите ребро куба.

B10 На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу А.



B11 Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



B12 Катер должен пересечь реку шириной $L = 70$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 140 с?

B13 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 60 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 40 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

B14 Найдите наибольшее значение функции $3x^5 - 5x^3 + 15$ на отрезке $[-4; 0]$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 а) Решите уравнение

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 4\sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 4\right]$

С2 Плоскость, проведенная через центр шара, вписанного в конус, параллельна плоскости основания конуса, делит объем конуса пополам. Найти угол при вершине осевого сечения конуса.

С3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} + 1 > \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \\ (x^2 + 8x + 15)\sqrt{x+4} \geq 0 \end{cases}$$

С4 Через вершины А и В треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямой ВС, а через вершины В и С – другая окружность, касающаяся прямой АВ. Продолжение общей хорды BD этих окружностей пересекает отрезок AC в точке E, а продолжение хорды AD одной окружности пересекает другую окружность в точке F.

- а) Доказать, что площади треугольников ABC и ABF равны
 б) Найти отношение AE:EC, если AB=5 и BC=9.

С5 Найти все значения параметра a , при каждом из которых область значений

функции $y = \frac{\sin x + 2(1-a)}{a - \cos^2 x}$ содержит отрезок $[1; 2]$

С6 Два игрока ходят по очереди. Перед началом игры у них есть поровну горошин. Ход состоит в передаче сопернику любого числа горошин. Не разрешается передавать такое количество горошин, которое до этого уже кто-то в этой партии передавал. Ноль горошин тоже передавать нельзя. Тот, кто не может сделать очередной ход по правилам, — считается проигравшим.

Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?

Рассмотрите случаи:

- а) У каждого по две горошины;
 б) У каждого по три горошины;
 в) Общий случай: у каждого по N горошин.