

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 42

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

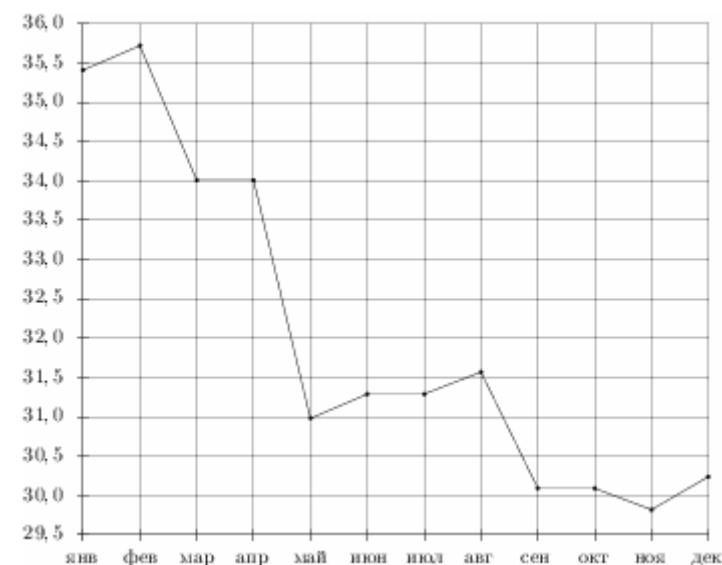
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

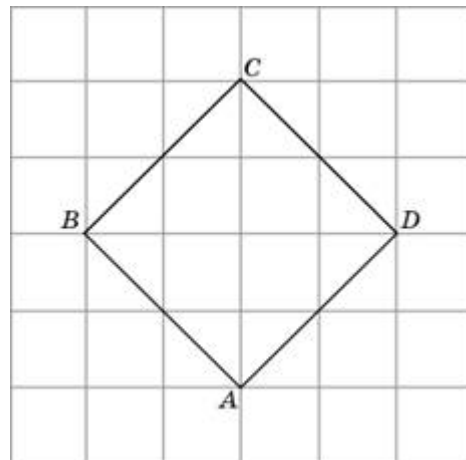
Ответом к заданиям этой части (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B1 В сентябре 1 кг винограда стоил 80 рублей. В октябре виноград подорожал на 10%. Сколько рублей стоил 1 кг винограда после подорожания в октябре?

B2 На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на конец каждого месяца 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какой был курс доллара в конце мая. Ответ дайте в рублях.



B3 Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными $\sqrt{2}$.



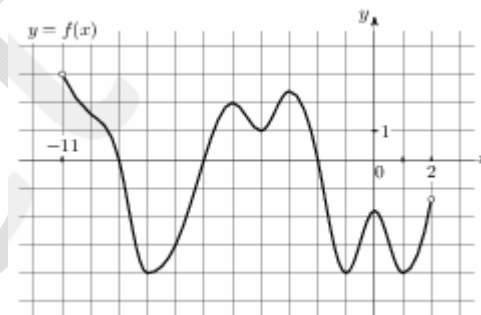
B4 В среднем гражданин А. в дневное время расходует 125 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 155 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен одностарифный счетчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,5 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счетчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,5 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,5 руб. за кВт·ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счетчик? Ответ дайте в рублях.

B5 Найдите корень уравнения $x^2 + 9 = (x + 9)^2$.

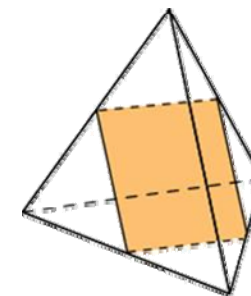
B6 Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 80° . Найдите n .

B7 Найдите значение выражения $\sqrt{8} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{15\pi}{8}$.

B8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-11; 2)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



B9 Ребра тетраэдра равны 1. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырех его ребер.



B10 По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,94. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,89. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

B11 Во сколько раз увеличится площадь поверхности пирамиды, если все ее ребра увеличить в 19 раз?

B12 Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 5$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m + M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 420$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,4 м/с?

B13 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 77 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 4 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 4 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

B14 Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 1}$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $2\cos 2x + \cos^2 \frac{x}{2} - 10\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \frac{7}{2} = \frac{1}{2}\cos x$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

C2 Каждое из ребер треугольной пирамиды ABCD имеет длину 1. Точка Р на ребре АВ, точка Q на ребре ВС, точка R на ребре CD взяты так, что $AP = \frac{1}{2}; BQ = CR = \frac{1}{3}$.

Плоскость PQR пересекает прямую AD в точке S. Найдите величину угла между прямыми SP и SQ.

C3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{x^2+x+1} - 2 \leq \frac{4}{x-1} \\ (\sqrt{2}+1)^x + 1 < 2(\sqrt{2}-1)^x \end{cases}$$

C4 Точки А, В, С лежат на окружности радиуса 2 с центром О, а точка К – на прямой, касающейся этой окружности в точке В, причем угол АКС равен 46° , а длины отрезков АК, ВК, СК образуют возрастающую геометрическую прогрессию (в указанном порядке).

а) Докажите, что углы АСК и АОК равны

б) Найдите расстояние между точками А и С

C5 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{x^3 - 24x^2 + 118x + 7} = 5\sqrt{7x - x^2} + \sqrt{a^2 - 11a + 18}$$

имеет единственное решение

C6 Трое друзей играли в шашки. Один из них сыграл 25 игр, а другой - 17 игр. Мог ли третий участник сыграть

а) 34;

б) 35;

в) 56 игр?