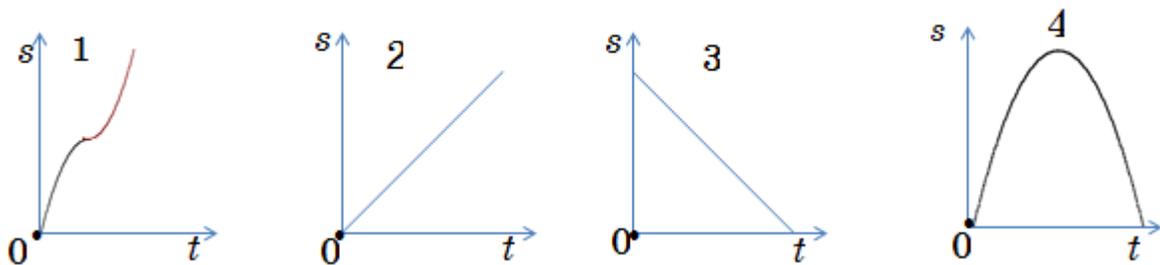


Кинематика часть I

1. Шарик, брошенный вертикально вверх, через некоторое время вернулся в исходную точку. Какой график соответствует зависимости пройденного шариком пути от времени?



1. Указание. Учтите, что скорость шарика не постоянная, а путь не может уменьшаться со временем.

2. Велосипедист едет по круговому треку. Если радиус окружности уменьшить в два раза, а скорость движения увеличить в 2 раза, то центростремительное ускорение велосипедиста, в модели материальной точки

- 1) увеличится в 2 раза
- 2) увеличится в 8 раз
- 3) уменьшится в 2 раза
- 4) не изменится

2. Указание. Дважды выражаем центростремительное ускорение по кинематической формуле (1.1.31). Один раз с начальными данными v, R - скоростью велосипедиста и радиусом трека, а второй - с измененными, и затем сравниваем.

3. Велосипедист движется по прямому шоссе со скоростью \vec{V}_1 , а такси со скоростью $\vec{V}_2 = -3\vec{V}_1$. Скорость $\vec{V}_{\text{отн}}$ такси относительно велосипедиста равна

- 1) \vec{V}_1 2) $3\vec{V}_1$ 3) $4\vec{V}_1$ 4) $-4\vec{V}_1$

3. Применить теорему сложения скоростей (1.1.33).

4. Мотоциклист со скоростью $V_M = 120$ км/ч и автобус со скоростью

$V_a = 80$ км/ч движутся к перекрестку по пересекающимся под прямым углом дорогам. Чему равен модуль скорости $V_{\text{ма}}$ мотоциклиста относительно автобуса?

- 1) 40 км/ч 2) 100 км/ч 3) 144 км/ч 4) 200 км/ч

4. Указание. Применить теорему сложения скоростей в векторном виде (1.1.33).

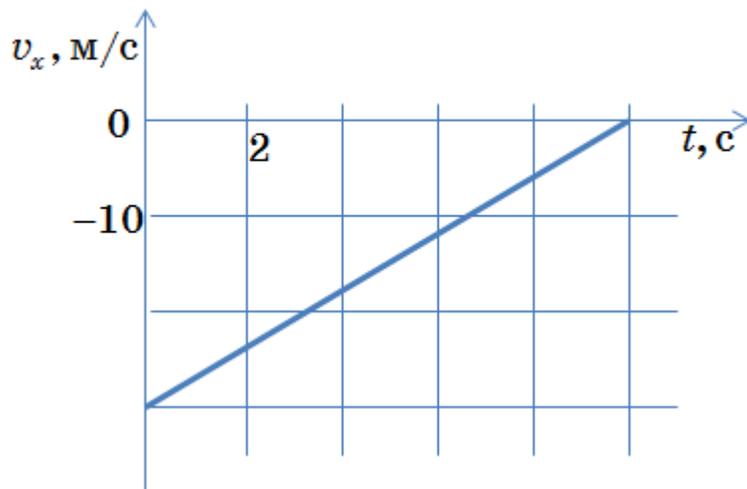
5. Самолет на взлетной полосе разогнался до скорости $v = 100$ м/с из состояния покоя. Считая, что он двигался с постоянным ускорением

$a = 8$ м/с², определить какой путь s прошел самолет

- 1) 525 м 2) 575 м 3) 625 м 4) 675 м

5. Указание. Применить формулу, связывающую путь, ускорение и конечную скорость при движении из состояния покоя (1.1.13)

6. На рисунке изображен график зависимости проекции скорости V_x тела от времени. Определите величину проекции a_x ускорения.



- 1) 3 м/с^2 2) 6 м/с^2 3) 9 м/с^2 4) 12 м/с^2

6. Указание. Использовать связь проекции скорости и проекции ускорения по определению (1.1.10)

7. Покоящееся тело начинает двигаться из состояния покоя с ускорением

$a=4 \text{ м/с}^2$. Через время $t=5 \text{ с}$ оно достигнет скорости

- 1) 10 м/с 2) 15 м/с 3) 20 м/с 4) 25 м/с

7. Указание. Применить формулу, выражающую зависимость скорости от времени при движении с постоянным ускорением (1.1.11)

8. Мячик брошен вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 12 \text{ м/с}$. Найти за какое время он достигнет самой верхней точки полета, пренебрегая сопротивлением воздуха.

- 1) $1,2 \text{ с}$ 2) $2,2 \text{ с}$ 3) $3,2 \text{ с}$ 4) $4,2 \text{ с}$

8. Указание. Применить формулу, описывающую изменение со временем скорости тела, брошенного вертикально вверх (1.1.17 с). Учесть, что в самой верхней точке скорость обращается в ноль.

9. По реке плывет лодка со скоростью v . Мальчик в лодке стреляет из игрушечной пушки вертикально вверх. Ядро поднимается на высоту h .

Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно считать справедливым утверждение

- 1) ядро после полета упадет позади лодки 2) ядро после полета упадет перед лодкой
3) ядро упадет на лодку рядом с пушкой 4) в зависимости от скорости лодки и высоты подъема ядра возможны варианты 1-3.

9. Указание. Воспользоваться принципом относительности Галилея.

10. Поезд трогается с места и в течение времени $t=2$ мин движется с постоянным ускорением. Определить во сколько раз средняя скорость поезда за вторую минуту больше, чем его средняя скорость за первую минуту

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

10. Указание. Поезд движется равноускоренно в одну сторону. Применима формула для средней скорости (1.1.19).

Кинематика часть 1 (продолжение).

1. Снаряд, выпущенный со скоростью v_0 под углом α к горизонту, в течение времени τ поднимается на максимальную высоту h над горизонтом. Пренебрегая сопротивлением воздуха, установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно определить. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу выбранные цифры.

физические величины	формулы
А) время τ подъема на максимальную высоту	1) $\frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{2g}$
	2) $\frac{v_0 \cos^2 \alpha}{g}$

Б) высота h_{\max} самой верхней точки траектории	3) $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$
	4) $\frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

А	Б

1. Указание. Дома, когда нет экзаменационного дефицита времени, полезно вывести формулы для максимальной высоты и времени полета до верхней точки траектории. Исходить нужно из уравнения для вертикальной координаты снаряда как функции времени и уравнения для вертикальной проекции скорости (1.1.22), (1.1.26). На экзамене можно выбрать нужную формулу, исходя из анализа размерности и проверяя предельные случаи (угол $\alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$).

Ответ: 43

2. Уравнение движения тела, перемещающегося вдоль оси X , имеет вид $x(t) = bt + ct^2$. Коэффициенты в уравнении движения равны: $b=3$ м/с, $c=0,4$ м/с². Найдите указанные в таблице величины и запишите ответы в таблицу.

скорость v_0 тела при $t = 0$	скорость v_1 тела при $t_1 = 3$ с	ускорение a_0 тела при $t = 0$	ускорение a_1 тела при $t_1 = 3$ с	средняя скорость $v_{\text{ср}}$ за время от 0 до 3 с	среднее ускорение $a_{\text{ср}}$ на интервале времени $0 \leq t \leq 3$ с
---------------------------------------	--	---	---	---	---

2. Указание. Используйте связь мгновенных значений проекций скорости и ускорения с координатой по определению (1.1.7), (1.1.10). Удобно применить

формулу для средней скорости при движении с постоянным ускорением в одном направлении (1.1.19).

3. Расстояние между двумя станциями $s = 3$ км поезд метро проходит со средней скоростью $v_{\text{ср}} = 54$ км/ч. При этом на разгон он затрачивает время

$t_1 = 20$ с, затем идёт некоторое время равномерно и на замедление до полной остановки тратит время $t_2 = 10$ с. Постройте график скорости движения поезда и определите наибольшую скорость поезда v_{max} .

3. Указание. Найдите, используя заданную среднюю скорость на всем пути, полное время переезда между станциями. Нарисуйте график скорости поезда как функции времени и свяжите с его помощью заданный в условии путь с наибольшей скоростью поезда между станциями. Используйте представление о величине пути как площади под графиком скорости.

Ответ: 58,4 км/ч

4. Материальная точка начинает равнозамедленно двигаться вдоль оси Ox с некоторой начальной скоростью v_0 и ускорением $a = 5$ м/с². При какой начальной скорости v_0 точка пройдет минимальный путь за вторую секунду движения? Чему равен этот путь? Чему равно в этом случае перемещение тела Δx за первые две секунды движения?

4. Указание. Нарисуйте несколько графиков скорости для равнозамедленного движения с ускорением $a = 5$ м/с² и разными начальными скоростями v_0 .

Подумайте как должен проходить график скорости, чтобы путь за вторую секунду (соответствующая площадь на графике) оказался минимальным. Удобно выбрать масштабы времени и скорости такие, чтобы график шел под углом 45°.

Ответ: 7,5 м/с; 1,25 м; 5 м

5. Девочка, стоя на балконе на высоте $h = 15$ м от земли, бросает вертикально вверх мячик со скоростью $v_0 = 8$ м/с. Через сколько времени мячик окажется на земле?

5. Указание. Введите вертикальную ось координат, можно с началом на земле, и напишите уравнение движения камня (зависимость его координаты (высоты) от времени (1.1.17))

Ответ: 2,7 с

6. Два велосипедиста ездят по круговому треку в одном направлении со скоростями $v = 40$ км/ч и $u = 30$ км/ч. Чему равны наибольшая и наименьшая скорости удаления велосипедистов друг от друга?

6. Указание. Удобно свести задачу к ситуации, когда движется один велосипедист, а не два. Для этого нужно перейти в систему отсчета, в которой один велосипедист, пусть для конкретности более медленный, неподвижен.

Введите систему отсчета, движущуюся поступательно со скоростью медленного велосипедиста в данный момент времени. Скорость $\vec{V}_{отн}$ быстрого велосипедиста относительно этой системы можно найти, используя векторную теорему сложения скоростей (1.1.33). Искомая скорость удаления равна проекции относительной скорости на линию, соединяющую велосипедистов.

Ответ: 10 км/ч;0

7. Прогулочный теплоход проплывал под мостом на реке, когда мальчик уронил в воду мячик. Через час теплоход, развернувшись поплыл обратно и, когда мальчик на причале сходил с теплохода, он увидел на реке свой мячик. Какова скорость V_T течения воды в реке, если известно, что мост находится на расстоянии $l = 10$ км от причала?

7. Указание. Удобно перейти в систему отсчета, связанную с водой в реке и продумать как связан интервал времени, в течение которого теплоход удалялся от мячика с интервалом времени, в течение которого теплоход приближался к мячику после разворота.

Ответ: 5 км

8. Поезд трогается с места и движется с постоянным ускорением. За какое время t состав из 10 вагонов пройдет мимо неподвижного наблюдателя, если третий вагон прошёл мимо него за время $\tau = 6$ с?

8. Указание. Ввести длину одного вагона и ускорение поезда и выразить через эти величины искомое время и заданное время, что позволит сравнить времена. Использовать формулу, связывающую путь и время при равноускоренном движении без начальной скорости (1.1.13).

Ответ: 59,7 с

9. С вертолѐта, летящего горизонтально на высоте $H = 125$ м со скоростью $u = 90$ км/ч, столкнули груз. На какой высоте h его скорость \vec{v} будет составлять с горизонтом угол $\alpha = 60^\circ$?

9. Указание. Горизонтальная компонента скорости груза равна скорости самолета. Вертикальная компонента увеличивается по мере приближения к земле. По заданному углу определить вертикальную компоненту скорости и по ней найти высоту, используя связь высоты и скорости при свободном падении тела (1.1.16).

Ответ: 31,3 м

10. Длина минутной стрелки часов $l = 2$ см. Определите модуль средней векторной скорости $V_{\text{ср}}$ конца стрелки и среднюю путевую скорость $U_{\text{ср}}$ конца этой стрелки на промежутке времени от 12.00 ч до 12.15 ч.

10. Указание. Использовать определение вектора средней скорости и средней путевой скорости. (1.1.21).

Ответ: 0,19 см/мин; 0,21 см/мин

Кинематика часть 1. Решения задач.

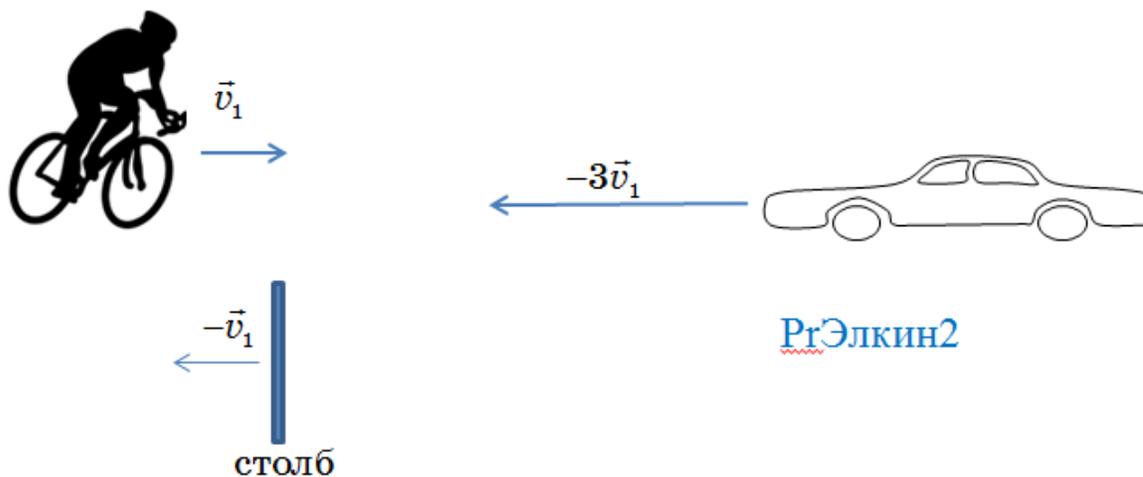
1. (1). Решение. Путь должен описываться неубывающей функцией времени, т.е. рассматривать нужно только графики 1 и 2. График 2 описывает движение с постоянной скоростью, что не соответствует условию задачи.

2. (2). Решение.

$$a_{ц1} = \frac{v^2}{R}, \quad a_{ц2} = \frac{(2v)^2}{\frac{R}{2}} = 8 \frac{v^2}{R} = 8a_{ц1}$$

3. (4). Решение. По теореме сложения скоростей скорость такси относительно дороги \vec{v}_2 равна искомой скорости $\vec{v}_{отн}$ плюс скорость \vec{v}_1 велосипедиста

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_{отн} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -3\vec{v}_1 - \vec{v}_1 = -4\vec{v}_1$$



PrЭлкин2

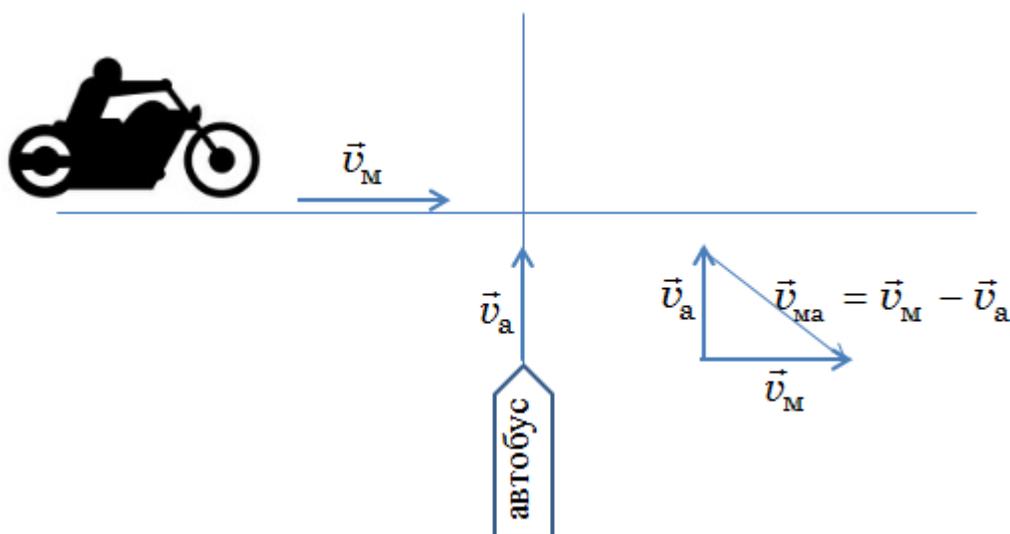
Замечание. Чтобы быстро понимать какая будет скорость тела относительно движущейся системы отсчета, удобно использовать мнемоническое «правило столба». Велосипедист считает себя неподвижным, а придорожному столбу

приписывает свою скорость, направленную назад. Точно так же он добавляет вектор $(-\vec{v}_1)$ и к скорости такси и всех других тел неподвижных и движущихся.

4. (2). Решение. Водитель автобуса, считая себя неподвижным, получает скорости всех тел относительно автобуса, добавляя векторно к их скоростям относительно земли свою скорость с обратным знаком

$$\vec{v}_{ма} = \vec{v}_M + (-\vec{v}_a) = \vec{v}_M - \vec{v}_a \quad (1)$$

Этот правило применимо к любому направлению движения тела по отношению к движущейся системе отсчета, в частности, к движению по пересекающимся дорогам, как в этой задаче.



PrЭлкинЗ

Вычитая векторы скоростей, как требует уравнение (1), получаем ответ для модуля вектора разности $v_{та}$ (применяем правило вычитания векторов «уколки уменьшаемое» (M4)) и теорему Пифагора

$$v_{ма} = \sqrt{v_M^2 + v_a^2} = \sqrt{120^2 + 80^2} = 144 \text{ км/ч}$$

5. (3). Решение.

$$v^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = \frac{100^2}{2 \cdot 8} = 625 \text{ м}$$

6. (1). Решение. Проекция скорости, как видно на графике, изменилась на величину $\Delta v_x = 30 \text{ м/с}$ за время $\Delta t = 10 \text{ с}$.

По определению

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3 \text{ м/с}$$

7. (4). Решение. $v(t) = at = 4 \cdot 5 = 12 \text{ м/с}$.

8. (3). Решение. $v(t) = v_0 - gt = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ м/с}$

9. (3). Решение. Галилей утверждал и, что сидя в каюте корабля, нельзя механическими опытами установить стоит корабль, или движется прямолинейно и равномерно. Это значит, что после вертикального полета ядро вернется к пушке на движущемся корабле так же как на покоемся.

10. (3). Решение. В момент времени $t_1 = 1 \text{ мин}$ скорость тела $v_1 = at_1 = \frac{at}{2}$

Средняя скорость за первую минуту

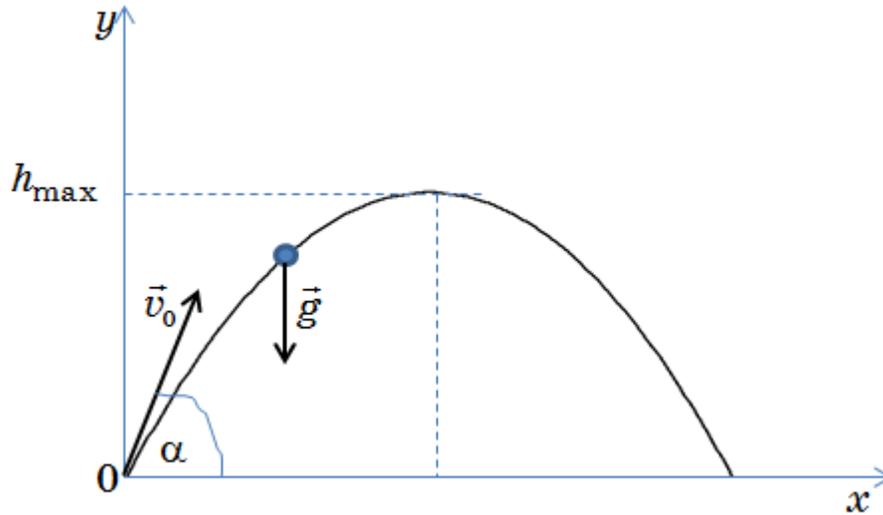
$$v_{\text{cp1}} = \frac{0 + v_1}{2} = \frac{0 + at_1}{2} = \frac{at_1}{2} = \frac{at}{4}$$

Скорость в конце второй минуты $v_2 = at$. Средняя скорость за вторую минуту

$$v_{\text{cp2}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\frac{at}{2} + at}{2} = \frac{3at}{4}, \quad \frac{v_{\text{cp2}}}{v_{\text{cp1}}} = \frac{3at \cdot 4}{4at} = 3$$

Кинематика часть II (продолжение). Решения задач.

1. (43). Решение. Введем оси координат x, y , как изображено на рисунке.



PrЭлкин5

Снаряд вылетает из точки O в начале координат, имея скорость \vec{v}_0 .

Единственная сила, действующая на тело в полете, это сила тяжести $m\vec{g}$. По второму закону Ньютона тело будет двигаться с ускорением

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{m\vec{g}}{m} = \vec{g}.$$

Ускорение направлено по вертикали и будет влиять только на вертикальные скорость и координату. По горизонтали тело движется так, как будто нет гравитации. Запишем уравнения для вертикальной координаты и вертикальной проекции скорости снаряда

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$
$$v_y(t) = y'(t) = v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha - gt$$

В самой верхней точке траектории, где снаряд оказывается в момент времени $t = \tau$, его скорость направлена по горизонтали, вертикальная проекция

скорости равна нулю $v_y(\tau) = v_0 \sin \alpha - g\tau = 0 \Rightarrow \tau = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. Зная время

движения до верхней точки, находим высоту этой точки по уравнению для вертикальной координаты

$$\begin{aligned} h = y(\tau) &= v_0 \sin \alpha \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2} = \\ &= v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

2. Решение. Получим выражения для скорости и ускорения тела в любой момент времени и подставим нужное по условию время

$$v(t) = x'(t) = (bt + ct^2)' = b + 2ct = 3 + 0,4t$$

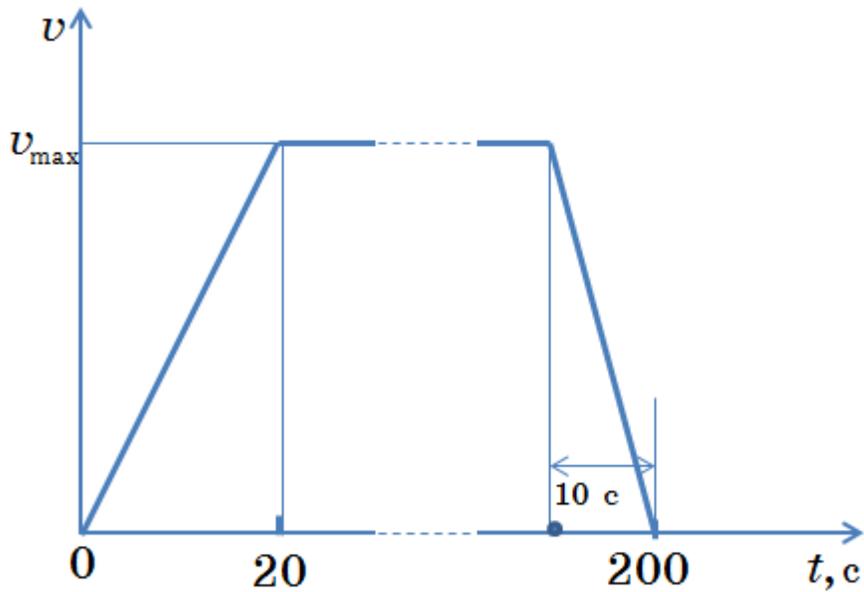
$$a(t) = v'(t) = (3 + 0,4t)' = 0,4 \text{ м/с}^2 = \text{const}$$

Ответ:
$$\begin{cases} v_0 = 3 \text{ м/с}, v_1 = 3 + 0,4 \cdot 3 = 4,2 \text{ м/с}, a_0 = 0,4 \text{ м/с}^2 \\ a_1 = 0,5 \text{ м/с}^2, v_{\text{cp}} = \frac{4 + 6,5}{2} = 5,25 \text{ м/с}, a_{\text{cp}} = 0,5 \text{ м/с}^2 \end{cases}$$

3. (58,4 км/ч). Решение. Заданные путь s и средняя скорость позволяют найти полное время перезда между станциями

$$t = \frac{s}{v_{\text{cp}}} = \frac{3}{54} \cdot 3600 = 200 \text{ с.}$$

Путь $s = 3$ км на рисунке площади фигуры, ограниченной снизу осью абсцисс, а сверху и с боков графиком скорости, имеющем вид трапеции.



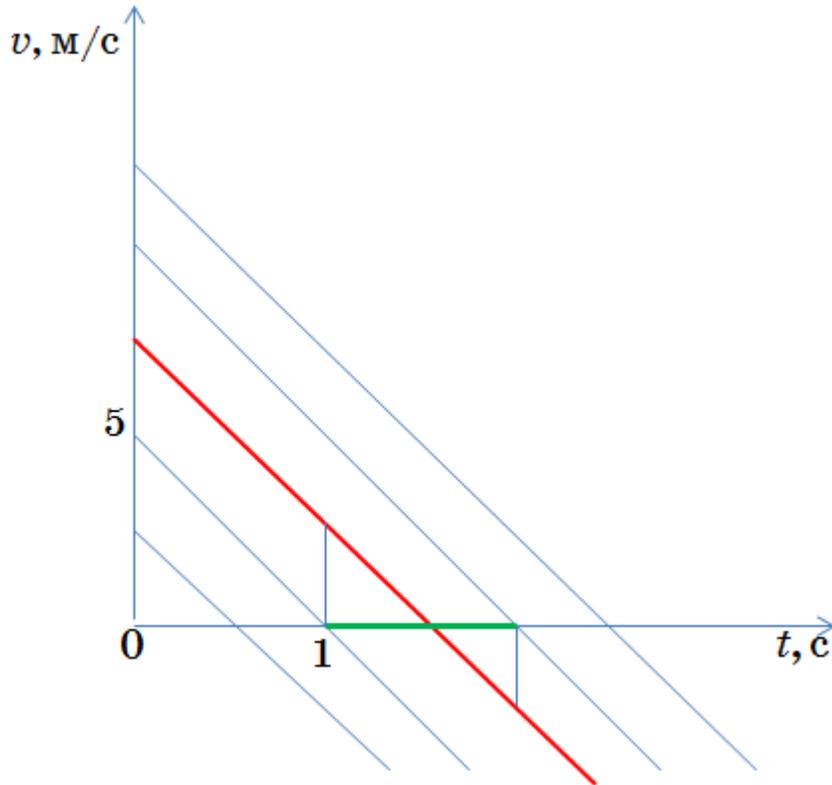
PrЭлкинб

Выразим путь s через v_{\max} , используя график.

$$s = \frac{1}{2} v_{\max} \cdot 20 + \frac{1}{2} v_{\max} \cdot 10 + v_{\max} \cdot (200 - 20 - 10) = 185v_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \frac{s}{185} = \frac{3 \cdot 3600}{185} = 58,4 \text{ км/ч}$$

4. (7,5 м/с; 1,25 м; 5 м). Решение. Минимальному пути за вторую секунду соответствует красная линия на графике скорости.



В этом случае путь s равен суммарной площади двух равных треугольников, у которых горизонтальные катеты зеленые. Для всех других начальных скоростей (других линий на графике) путь получится больше. Обозначая промежуток времени, соответствующий второй секунде τ , найдем для пути, пройденного телом за это время

$$s = 2 \cdot \frac{a\tau}{2} \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a\tau^2}{4} = \frac{5 \cdot 1^2}{4} = 1,25 \text{ м}$$

Начальная скорость, соответствующая красной линии,

$$v_0 = a \frac{3}{2} \tau = 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 = 7,5 \text{ м/с}$$

Перемещение за время $t=2$ с

$$\Delta x(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 7,5 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2^2}{2} = 5 \text{ м}$$

5. (2,7 с). Решение. Направляем вертикальную ось y с началом на земле вверх. Зависимость координаты y мячика от времени имеет вид

$$y(t) = h + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

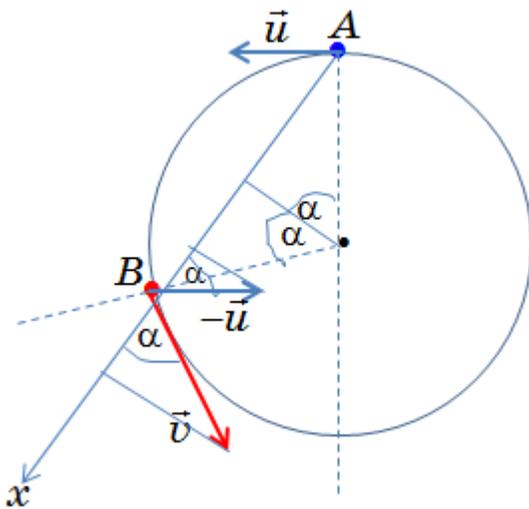
В момент приземления мячика $y(t) = 0$. Получается уравнение (квадратное) для отыскания времени полета мячика .

Ответ:
$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} = \frac{8 + \sqrt{8^2 + 2 \cdot 10 \cdot 15}}{10} = 2,7 \text{ с}$$

6. (10 км/ч;0). Решение. Возможны два подхода к выбору подвижной системы:

1) подход, предложенный в указании – подвижная система движется **поступательно**. Пусть медленный велосипедист находится в точке A , быстрый в точке B . Введем систему отсчета, которая движется со скоростью \vec{u} , направленной так, как скорость велосипедиста в точке A . В этой системе медленный велосипедист в данный момент неподвижен, а быстрый в соответствии с теоремой сложения скоростей движется с относительной скоростью

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v} - \vec{u}$$



PrЭлкин7

Искомая скорость удаления $v_{\text{уд}}$ равна проекции относительной скорости $\vec{v}_{\text{отн}}$ на ось x , проходящую через точки A и B .

$$v_{\text{уд}} = v_{\text{отн}x} = v_x - u_x = v \cos \alpha - u \cos \alpha = (v - u) \cos \alpha \quad (1)$$

Из (1) видно, что наибольшая скорость удаления будет при $\alpha = 0$.

$$v_{\text{удmax}} = v - u = 40 - 30 = 10 \text{ км/ч}$$

Минимальная скорость удаления, равная нулю, реализуется при $\alpha = 90^\circ$.

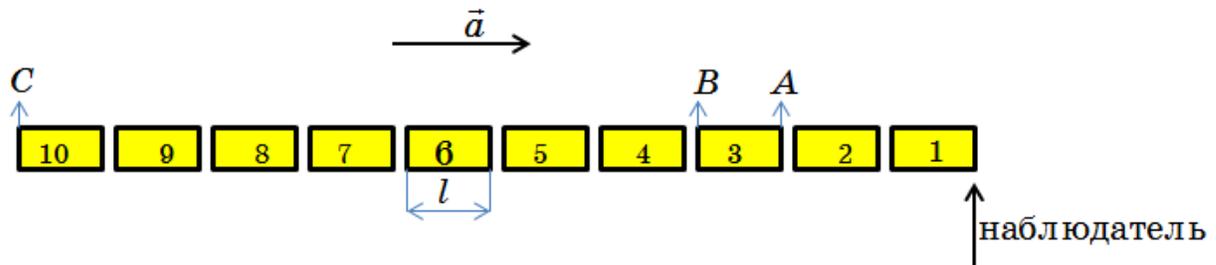
2) При другом подходе можно в качестве подвижной системы выбрать систему, вращающуюся вокруг оси, проходящей через центр окружности с частотой, равной частоте Ω вращения медленного велосипедиста. В этой системе отсчета медленный велосипедист все время неподвижен (а не только в единственный момент времени, как в поступательной системе), а быстрый велосипедист равномерно вращается с частотой $\omega_{\text{отн}} = \omega - \Omega$, где ω - частота вращения быстрого велосипедиста в неподвижной системе отсчета. Модуль относительной скорости быстрого велосипедиста

$$v_{\text{отн}} = R\omega_{\text{отн}} = R(\omega - \Omega) = R\omega - R\Omega = v - u$$

Соответственно для скорости удаления получаем прежнее выражение (1).

7. (5 км). Решение. В системе отсчета, движущейся вместе с водой, мячик неподвижен, а теплоход удаляется от мячика и приближается к нему с одинаковой скоростью. Значит теплоход вернется к мячику через 2 часа после того, как мячик оказался в воде. Мальчик увидел мячик около причала, значит за 2 часа течение унесло мячик на 10 км. Соответственно скорость течения 5 км/ч.

8. (59,7 с). Решение. Пусть длина каждого вагона l . Тогда расстояние от конца поезда (точка C) до наблюдателя равно $10l$ и искомое время связано длиной поезда и ускорением a соотношением



PrЭлкин8

$$10l = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{20l}{a}} = \sqrt{20} \cdot \sqrt{\frac{l}{a}} = \sqrt{20} \cdot k, \quad k = \sqrt{\frac{l}{a}}$$

Аналогичные соотношения с использованием той же величины $k = \sqrt{\frac{l}{a}}$ можно написать для времен t_A и t_B , за которые точки A и B доедут до наблюдателя

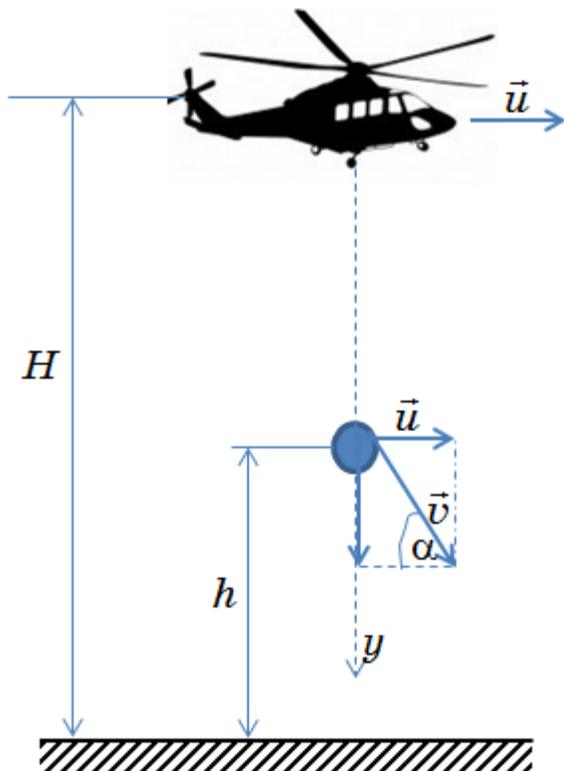
$$t_A = \sqrt{\frac{4l}{a}} = 2 \cdot k, \quad t_B = \sqrt{\frac{6l}{a}} = \sqrt{6} \cdot k$$

Заданный промежуток времени τ равен разности времен t_A и t_B и это позволяет по нему определить неизвестную величину k и получить ответ

$$\tau = t_B - t_A = \sqrt{6} \cdot k - 2k \Rightarrow k = \frac{\tau}{\sqrt{6} - 2}$$

$$t = \sqrt{20} \cdot k = \frac{\sqrt{20} \cdot \tau}{\sqrt{6} - 2} = \frac{\sqrt{20} \cdot 6}{\sqrt{6} - 2} = 59,7 \text{ с}$$

9. (31,3 м). Решение. Пилот видит падающий груз все время на одной вертикали с вертолетом.



PrЭлкин9

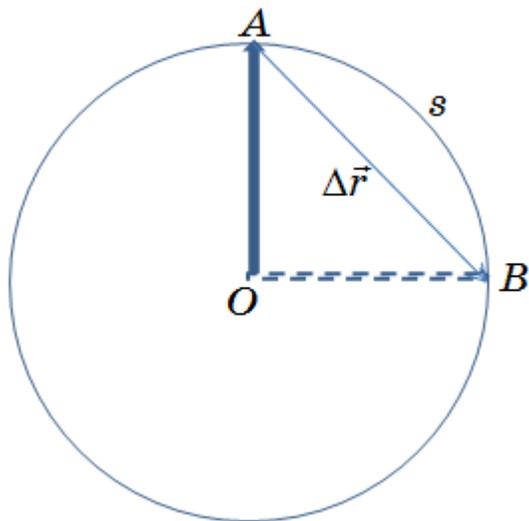
Т.е. у груза относительно земли имеется горизонтальная компонента скорости, равная скорости вертолета u и она сохраняется. Вертикальная компонента скорости увеличивается от нулевого значения. На искомой высоте h вертикальная компонента такова, что результирующая скорость \vec{v} составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. Найдем по углу вертикальную проекцию скорости груза и по ней искомую высоту

$$v_y = utg\alpha, \quad v_y^2 = 2g(H - h) \Rightarrow h = \frac{2gH - v_y^2}{2g} = \frac{2gH - u^2tg^2\alpha}{2g} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10 \cdot 125 - \left(\frac{90}{3.6}\right)^2 \cdot (tg(60^\circ))^2}{2 \cdot 10} = 31,3 \text{ м}$$

PrЭлкин10

10. (0,19 см/мин; 0,21 см/мин). Решение. Конеч стрелки переместился из точки A в точку B за время $\Delta t = 15$ мин.



По определению вектор средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$. Соответственно модуль вектора средней скорости равен

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{15} = 0,19 \text{ см/мин}$$

Путь, пройденный концом стрелки за 15 мин, это длина s дуги AB . Средняя путевая скорость

$$u_{\text{ср}} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{2\pi l}{4 \cdot \Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2}{4 \cdot 15} = 0,21 \text{ м/мин}$$

Ответ: 0,19 см/мин; 0,21 см/мин

Кинематика часть 2

1. Мимо бензозаправочной станции по прямому шоссе проезжает автобус со скоростью $V_a = 15$ м/с. Через время $\tau = 7$ с от станции вдогонку автобусу отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением $a = 3$ м/с². Чему равна скорость V_M мотоциклиста в момент, когда он догонит автобус?

- 1) 19 м/с 2) 29 м/с 3) 39 м/с 4) 49 м/с

1. Указание. Записать уравнения движения (зависимости координат от времени) для автобуса (равномерное движение (1.1.3 (1)) и мотоциклиста (равноускоренное движение ((1.1.3 (2)) и приравнять координаты движущихся тел. Учесть, что мотоциклист до встречи находился в движении меньшее время, чем автобус.

Ответ: (3)

2. Уравнение движения грузовика, движущегося по прямому шоссе, $x_T(t) = 3 + 80t$, а уравнение движения такси - $x_T(t) = 5 + 110t$. Из этих уравнений можно сделать вывод

- 1) грузовик и такси не встретятся 2) грузовик и такси встретятся
3) грузовик и такси встретятся два раза 4) из уравнений нельзя сделать однозначный вывод о возможной встрече машин

2. Указание. Можно построить графики, отложив по осям время и координаты машин. Другой способ ответить – сравнить заданные уравнения с уравнениями равномерного движения в общем виде (1.1.3(1)) и увидеть какие скорости и начальные положения у машин.

Ответ: (1)

3. Во время фейерверка одновременно запустили две одинаковые ракеты практически из одной точки. Одна ракета полетела вертикально вверх и достигла высоты $h_1=80$ м. Другая ракета вылетела под углом к горизонту и достигла максимальной высоты $h_2=20$ м. Чему равен модуль скорости $\vec{V}_{\text{отн}}$ первой ракеты относительно второй и куда направлена эта скорость? Ракеты можно рассматривать как материальные точки, сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Указание. Учесть, что ускорение ракет одинаковое и первая ракета относительно второй движется прямолинейно и равномерно. Использовать теорему сложения скоростей (1.1.33) и формулу для максимальной высоты траектории тела, брошенного под углом к горизонту (1.1.25).

Ответ: $V_{\text{отн}} = v = 40$ м/с, скорость направлена под углом 60° к вертикали вниз.

4. Уравнение движения мотоциклиста, движущегося по прямому шоссе, $x(t) = 5 - 20t + 2t^2$. Путь мотоциклиста и проекция его перемещения на ось x за первые 10 с от начала отсчета времени равны

- 1) путь 100 м, проекция перемещения 0
- 2) путь 200 м, проекция перемещения 0
- 3) путь 100 м, проекция перемещения 100 м
- 4) путь 100 м, проекция перемещения (-100) м

4. Указание. Сделать эскиз графика заданного уравнения движения $x(t)$ мотоциклиста, нанеся на график характерные точки. Исходя из графика, выбрать правильный вариант ответа. Можно вместо графика координаты построить график скорости как функции времени и выбрать ответ по нему.

Ответ: (1)

5. Вертолет половину полетного времени летел со скоростью $V_1=150$ км/ч,

вторую половину – со скоростью $V_2=200$ км/ч. Средняя скорость $V_{\text{ср}}$ движения вертолета равна

- 1) 171 км/ч 2) 173 км/ч 3) 175 км/ч 4) 177 км/ч

5. Указание. Использовать формулу для средней скорости по определению (1.1.6)

Ответ: (3)

6. Вертолет первую половину пути летел со скоростью $V_1 = 150$ км/ч, вторую половину – со скоростью $V_2=200$ км/ч. Средняя скорость $V_{\text{ср}}$ движения вертолета равна

- 1) 171 км/ч 2) 173 км/ч 3) 175 км/ч 4) 177 км/ч

6. Указание. Использовать формулу для средней скорости по определению (1.1.6)

Ответ: (1)

7. За какое время τ_n тело, свободно падающее без начальной скорости, проходит n -й метр своего пути?

7. Указание. Используя уравнение движения свободно падающего тела (1.1.16), выразить времена полета от верхней точки до начала и конца n -го метра и взять разность этих времен.

Ответ:
$$\frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}}$$

8. Маленький шарик падает на наклонную плоскость и упруго отражается от нее. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$. На какое расстояние по

горизонтально переместится шарик между первым и вторым ударами о плоскость? Скорость V шарика непосредственно перед первым ударом о плоскость направлена вертикально вниз и равна по модулю 2 м/с .

8. Указание. Использовать уравнение траектории тела, брошенного под углом к горизонту (1.1.23) и уравнение прямой (M14).

Ответ: $0,69 \text{ м}$

9. При полете самолета из Новосибирска в Москву дул боковой ветер и полет занял время $t_{\perp} = 3,5 \text{ ч}$. На обратном пути ветер дул с такой же по величине скоростью, но он был попутный и время полета оказалось меньше -

$t_{\square} = 3 \text{ ч}$. Найти время t перелета по этому маршруту в безветренную погоду. Модуль скорости V самолета относительно воздуха остается одним и тем же.

9. Указание. Введите дополнительные величины: расстояние от Новосибирска до Москвы, скорости самолета относительно воздуха и относительно земли, скорость ветра. Считая эти величины известными, найдите искомое время и выразите через них заданные в задаче времена. Из полученной системы уравнений найдите искомое время. Используйте закон сложения скоростей в векторном виде (1.1.33).

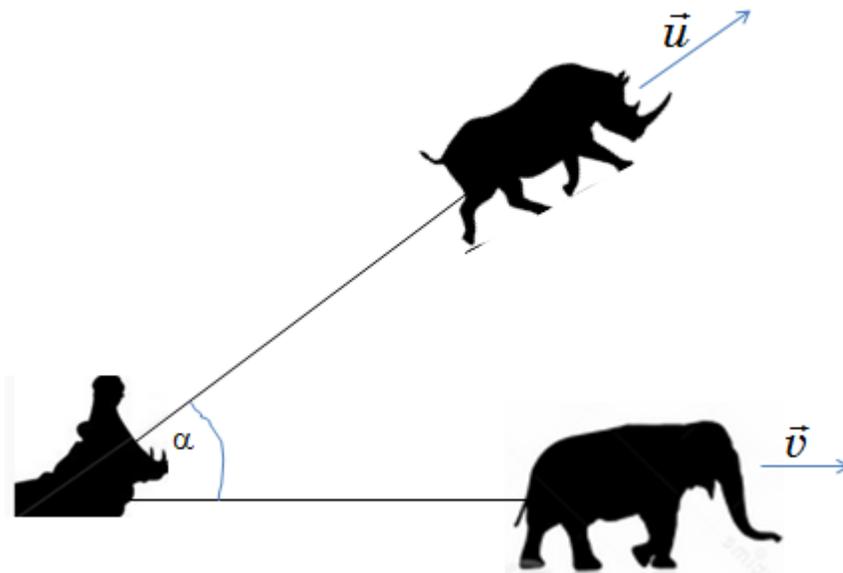
Ответ: $3,46 \text{ ч}$

10. Пассажир считает ступеньки, идя идет вниз по ходу эскалатора. В первый раз он насчитал $n_1 = 50$ ступенек, во второй раз, когда он шел вдвое быстрее насчитал $n_2 = 60$ ступенек. Сколько ступенек насчитает пассажир, если будет спускаться по неподвижному эскалатору?

10. Указание. Удобно ввести длину эскалатора и число ступенек на одном метре его длины. Заданные числа ступенек пропорциональны перемещению пассажира относительно эскалатора. В сумме перемещения пассажира и эскалатора равны длине эскалатора, а отношение между этими перемещениями равно отношению скоростей пассажира и эскалатора.

Ответ: 75

11. Слон и носорог тянут веревками бегемота из болота. Угол между веревками $\alpha = 60^\circ$. Носорог движется со скоростью $u = 3,6$ км/ч, слон – $v = 1,8$ км/ч. С какой скоростью \vec{V} перемещается бегемот и как направлен вектор его скорости?



11. Указание. Считаем, что веревки нерастяжимы и закреплены на бегемоте независимо друг от друга. Поэтому согласно теореме о проекции (1.1.35), проекция скорости бегемота на направление этой веревки, идущей к носорогу, должна равняться заданной скорости носорога. Аналогично проекция на вторую веревку должна равняться скорости слона.

Ответ: 3,6 км/ч

Кинематика часть II. Решения задач.

1. (3). Решение. Уравнение движения для автобуса имеет вид $x_a(t) = v_a \cdot t$.

Предполагается, что ось X начинается около бензозаправочной станции и направлена в сторону движения автобуса. Время отсчитывается от момента, когда автобус проезжал мимо заправки. Для мотоциклиста нужно записать уравнение, где координата и время имели бы тот же смысл, но учесть, что первые 4 с мотоциклист не движется. Поэтому уравнение с ускорением

$$x_{\tau}(t) = \frac{a(t - \tau)^2}{2} \quad t \geq \tau \text{ описывает его движение только при } t \geq \tau = 4 \text{ с.}$$

Приравняв координаты автобуса и мотоциклиста, находим уравнение для времени встречи t .

$$v_a \cdot t = \frac{a(t - \tau)^2}{2}, \quad 15 \cdot t = \frac{3 \cdot (t - 4)^2}{2} \Rightarrow (1)$$

Полученное уравнение (1) квадратное. Его корни

$$t_1 = 9 - \sqrt{65} = 0,94 \text{ с}, \quad t_2 = 9 + \sqrt{65} = 17 \text{ с.}$$

Первый корень меньше 4 с, он не имеет смысла в этой задаче. Встреча произошла в момент времени $t = t_2 = 17 \text{ с}$. Мотоциклист к этому моменту был в движении в течение времени $t_2 - \tau = 17 - 4 = 13 \text{ с}$. За это время он достиг скорости

$$v_M = a(t_2 - \tau) = 3 \cdot 13,06 = 39 \text{ м/с}$$

2.(2). Решение. Сравним написанные уравнения с заданными числовыми коэффициентами с уравнением равномерного движения в общем виде

$$x(t) = x_0 + v_x t$$

Из сравнения видно, что скорость такси 110 км/ч, а скорость грузовика

80 км/ч и такси движется впереди грузовика. Значит машины не встретятся.

3. (40 м/с; 60° к вертикали вниз). Решение. Запишем выражения для скоростей ракет относительно земли в векторном виде

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{10} + \vec{g}t, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{20} + \vec{g}t$$

По теореме сложения скоростей («правилу столба») искомая скорость $\vec{v}_{\text{отн}}$ первой ракеты равна

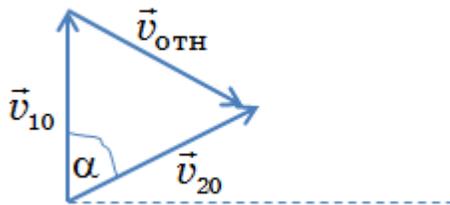
$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{10} + \vec{g}t - \vec{v}_{20} - \vec{g}t = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{10} - \vec{v}_{20} \quad (1)$$

Ракеты одинаковые, значит модули их скоростей равны $v_1 = v_2 \equiv v$. Найти модуль v можно по известной высоте подъема первой ракеты

$$v^2 = 2gh_1 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 80} = 40 \text{ м/с}$$

Чтобы узнать модуль относительной скорости, используя соотношение (1), нужно знать угол α между начальными скоростями \vec{v}_{10} и \vec{v}_{20} . Этот угол можно определить по заданной максимальной высоте h_2 траектории второй ракеты, запущенной под углом к горизонту

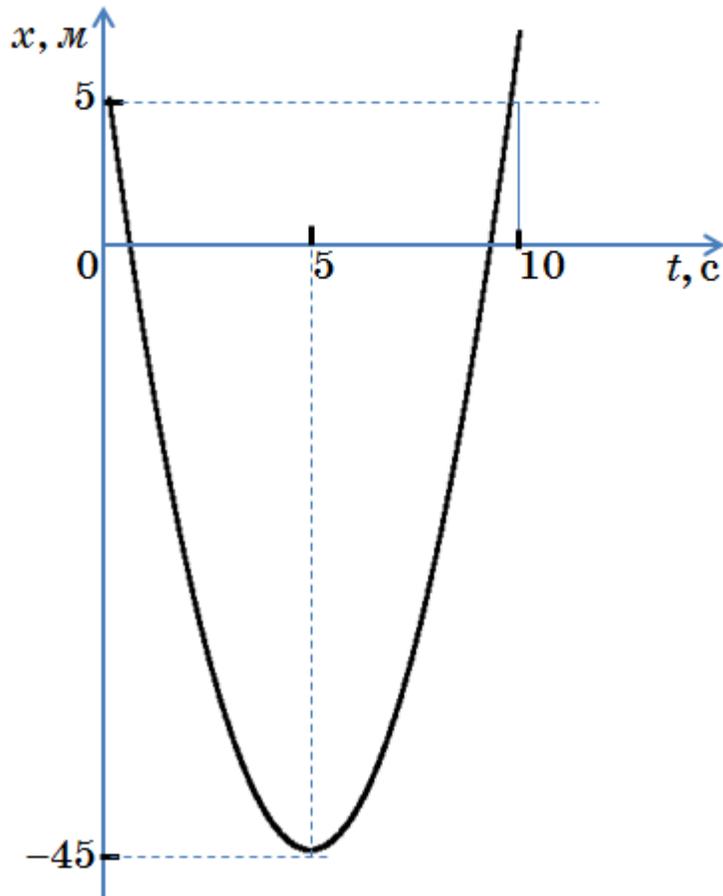
$$h_2 = \frac{v^2}{2g} \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2gh_2}}{v} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20}}{40} = \frac{1}{2} \quad \alpha = 60^\circ$$



Векторный треугольник на рисунке равносторонний, стрелка у вектора $\vec{v}_{\text{отн}}$ направлена к вектору \vec{v}_{20} (правило «уколки уменьшаемое»), модуль

$$v_{\text{отн}} = v = 40 \text{ м/с.}$$

4. (1). Решение. Графиком уравнения $x(t) = 5 - 20t + 2t^2$ служит парабола.



PrЭлкин11

Видим, что за первые 5 с мотоцикл, имея отрицательную проекцию скорости переместился из точки с координатой (+5) м в точку с координатой (-45) м, т.е. прошел путь 50 м. Скорость в момент времени $t=0$ обращается в ноль. За следующие 5 с, когда проекция скорости положительна, мотоциклист возвращается в начальную точку, пройдя еще 50 м. В итоге перемещение мотоциклиста оказывается нулевым, а путь равным 100 м.

5. (3). Решение. Средняя скорость по определению равна отношению всего пройденного пути ко времени t всего полета $v_{\text{cp}} = \frac{S}{t} t$.

В нашем случае

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{150 + 200}{2} = 175 \text{ км/ч}$$

Ответ: (3)

6.(1). Решение. Получим уравнения, связывающие времена t_1, t_2 прохождения первой и второй половинок пути с длиной пути S и заданными в условии скоростями v_1, v_2 .

$$t_1 = \frac{\frac{S}{2}}{v_1} = \frac{S}{2v_1}, \quad t_2 = \frac{S}{2v_2}$$

Общее время полета равно сумме времен

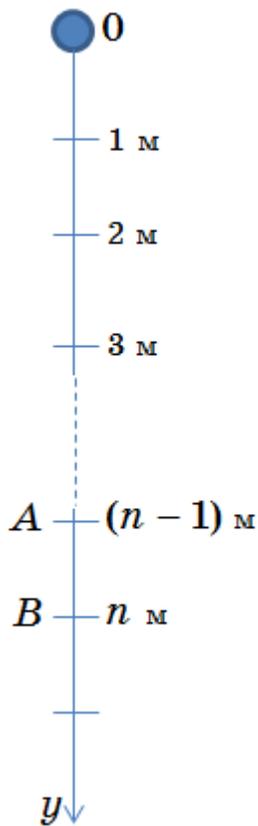
$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2} = \frac{S}{2} \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} \right)$$

Разделив весь путь S на полное время полета t , найдем среднюю скорость вертолета

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 200}{150 + 200} = 171 \text{ км}$$

Ответ: (1)

7. $\left(\frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}} \right)$. Решение.



Искомое время τ_n - это время полета тела от точки A до точки B . Расстояние y_A от начальной точки до точки A равно $y_A = l(n - 1)$, $l = 1$ м, до точки B - $y_B = ln$. Времена полета от начальной точки до точек A и B определяются уравнением для равноускоренного движения

$$y_A = \frac{gt_A^2}{2} \Rightarrow$$

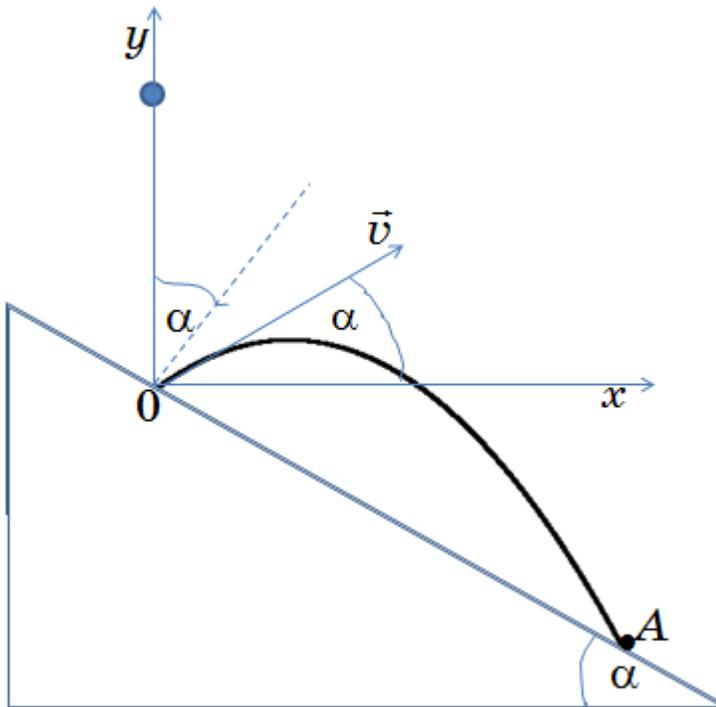
$$t_A = \sqrt{\frac{2y_A}{g}} = \sqrt{\frac{2l(n-1)}{g}}, \quad t_B = \sqrt{\frac{2ln}{g}}$$

Время полета n -го метра равно разности времен

$$\tau_n = t_B - t_A = \sqrt{\frac{2ln}{g}} - \sqrt{\frac{2l(n-1)}{g}} = \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{5}}$

8. (0,69 м). Решение. Шарик упруго отражается от наклонной плоскости. Это значит, что вектор скорости после отражения направлен под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, а по модулю равен скорости перед ударом.



Траектория полета шарика после отражения парабола, описываемая уравнением

$$y(x) = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha} \quad (1)$$

Уравнение линии OA в системе координат x, y

$$y_1 = -\operatorname{tg} \alpha \cdot x \quad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2) совместно, находим x – координату их точки пересечения A

$$y(x) = y_1(x), \quad x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg} \alpha \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha \cdot v^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{2 \cdot \sin 2\alpha \cdot v^2}{g} = \frac{2 \cdot \sin(2 \cdot 30^\circ) \cdot 2^2}{10} = 0,69 \text{ м}$$

9. (3,46 ч). Решение. Перечислим величины, нужные для составления уравнений задачи.

S – расстояние от Новосибирска до Москвы, u – модуль скорости ветра, v – модуль скорости самолета относительно воздуха, $V_0, V_{\square}, V_{\perp}$ – модули скорости самолета относительно земли без ветра, с попутным ветром и с боковым. В безветренную погоду скорость V_0 самолета относительно земли и скорость v самолета относительно воздуха одинаковы. Поэтому искомое время можно записать так

$$t = \frac{S}{V_0} = \frac{S}{v} \quad (1)$$

Заданные в условии времена t_{\square}, t_{\perp} выразим, используя закон сложения скоростей

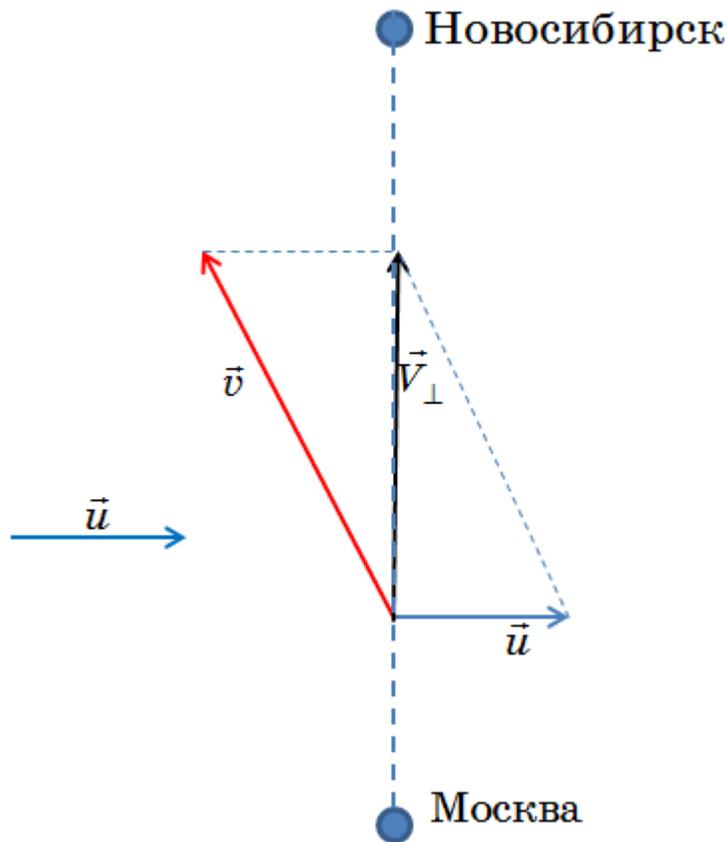
$$\vec{V} = \vec{v} + \vec{u}$$

Это векторное равенство справедливо при любом направлении ветра. Но, конечно, получающийся модуль вектора V зависит от угла между векторами \vec{v} и \vec{u} и это приводит к зависимости времени полета от направления ветра. Выразим заданные времена через скорости v, u и расстояние S .

$$t_{\square} = \frac{S}{V_{\square}} = \frac{S}{v + u} \quad (2)$$

$$t_{\perp} = \frac{S}{V_{\perp}} = \frac{S}{\sqrt{v^2 - u^2}} \quad (3)$$

Векторное сложение скоростей при боковом ветре, когда результирующая скорость самолета относительно земли равна \vec{V}_\perp , изображено на рисунке.



РгЭлкин14

Система уравнений (1), (2), (3) позволяет найти искомое время t . Из уравнения (1) выражаем расстояние $s = vt$, подставляем это выражение в (2) и (3) и после сокращений и введения получаем два уравнения для неизвестных t и $k = \frac{u}{v}$

$$\begin{cases} t_{\square} = \frac{t}{1+k} \\ t_{\perp} = \frac{t}{\sqrt{1-k^2}} \end{cases} \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{t_{\square} \cdot t_{\perp}^2}{t_{\perp}^2 + t_{\square}^2} = 2 \cdot \frac{3 \cdot 3.5^2}{3.5^2 + 3^2} = 3,46 \text{ ч}$$

10. (75). Решение. Обозначим искомое число ступенек n , а длину эскалатора l . На каждый метр эскалатора приходится $v = \frac{n}{l}$ ступенек. Эскалатор движется со скоростью u , а пассажир первый раз со скоростью v относительно эскалатора, второй раз – со скоростью $2v$. Каждый раз пассажир перемещается относительно стен метро на расстояние, равное длине эскалатора. Это перемещение в обоих случаях складывается из перемещения эскалатора $x_{\text{э}}$ и перемещения пассажира относительно эскалатора $x_{\text{п}}$:

$$\begin{cases} x_{\text{э}1} + x_{\text{п}1} = l \\ x_{\text{э}2} + x_{\text{п}2} = l \end{cases} \quad (1)$$

Перемещения эскалатора и пассажира пропорциональны скоростям

$$\frac{x_{\text{э}1}}{x_{\text{п}1}} = \frac{u}{v} = k, \quad \frac{x_{\text{э}2}}{x_{\text{п}2}} = \frac{u}{2v} = \frac{k}{2}$$

и это позволяет исключить из системы (1) перемещения эскалатора

$$\begin{cases} x_{\text{п}1}(k+1) = l \\ x_{\text{п}2}\left(\frac{k}{2}+1\right) = l \end{cases} \quad (1')$$

Умножим оба уравнения системы (1') на v и учтем, что

$$vx_{\text{п}1} = n_1, \quad vx_{\text{п}2} = n_2, \quad vl = n$$

Система (1') примет вид

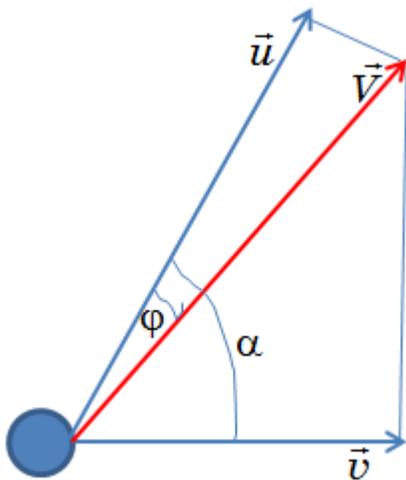
$$\begin{cases} n_1(k+1) = n \\ n_2\left(\frac{k}{2}+1\right) = n \end{cases} \quad (2)$$

Исключая из этой системы величину k , получим ответ

$$n = \frac{n_1 n_2}{2n_1 - n_2} = \frac{50 \cdot 60}{2 \cdot 50 - 60} = 75$$

Ответ: 75

11. (3,6 км/ч). Решение. Введем в рассмотрение угол φ между скоростями бегемота и носорога и получим соотношения для проекций скоростей.



$$\begin{cases} V \cos \varphi = u \\ V \cos(\alpha - \varphi) = v \end{cases} \Rightarrow \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} = \frac{v}{u}$$

$$u \cos \alpha \cos \varphi + u \sin \alpha \sin \varphi = v \cos \varphi$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{v}{u} - \cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad V = \frac{u}{\cos \varphi} = u \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{v}{u} - \cos \alpha\right)^2}}{\sin \alpha}$$

По условию

$$\frac{v}{u} = \frac{1,8}{3,6} = \frac{1}{2}, \quad \cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

В этом случае для угла φ и скорости V получаем

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{\sin \alpha} = 0, \quad V = u = 3,6 \text{ км/ч}$$

Т.е. бегемот движется так, как будто слона и его веревки вовсе нет.

1. Механика	
1.1. Кинематика – величины и обозначения.	
<p>путь s, перемещение \vec{s}, скорость \vec{v}, ускорение \vec{a}, время t. Модуль вектора перемещения и путь обозначаются одной буквой s, но эти величины совпадают только при движении по прямой в одну сторону. В кинематике не рассматриваются масса, сила, импульс, энергия.</p>	
1.1.1	<p>s - путь. Длина траектории, по которой движется тело. Положительная величина, со временем может только возрастать или оставаться постоянным (в отличие от модуля перемещения).</p>
1.1.2	<p>$x(t), y(t), z(t)$ - координаты тела, зависящие от времени t. При движении по прямой используется только одна координата, по плоскости – две координаты, в пространстве – три координаты. Зависимость координаты от времени называют уравнением движения или законом движения.</p>
1.1.3	<p>1) $x(t) = x_0 + v_x t$ 2) $x(t) = x_0 + v_{x0} \cdot t + a_x \frac{t^2}{2}$ 3) $x(t) = x_m \cos \omega t$ Примеры законов движения вдоль одной оси координат x. 1) равномерное движение с постоянной проекцией скорости v_x. 2) движение с постоянной проекцией ускорения a_x 3) гармоническое колебательное движение с амплитудой x_m и циклической частотой ω.</p>
1.1.4	<p>$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) \equiv s_x$ перемещение тела Δt. s_x - проекция вектора перемещения на ось x.</p>
1.1.5	<p>$s = l_1 + l_2 + l_3 \dots$ путь равен сумме длин участков траектории $l_1, l_2 \dots$</p>
1.1.6	<p>$v_{x\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, $v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ определение проекции средней скорости на ось x. Если движение происходит в одну сторону, то не используют слово «проекция», опускают индекс x, говорят о средней скорости.</p>
1.1.7	<p>$v_x(t) \equiv x'(t)$ - проекция на ось x мгновенной скорости по определению равна производной координаты $x(t)$ по времени. Знак равенства \equiv используется, когда соотношение вводится по определению.</p>
1.1.8	<p>$x(t) = x_0 + v_x t$ зависимость координаты от времени при неизменной проекции скорости v_x. x_0 – начальная координата</p>

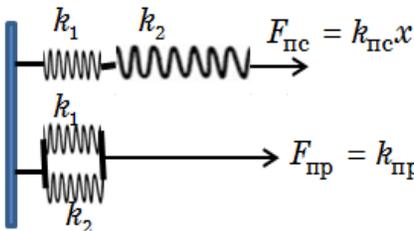
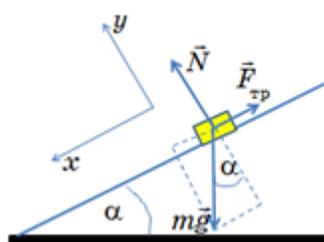
	$a_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ проекция на ось x среднего ускорения по определению
1.1.10	$a_x(t) \equiv v'_x(t) \equiv x''(t)$ проекция мгновенного ускорения на ось x по определению равна производной проекции скорости $v_x(t)$ по времени или второй производной координаты $x(t)$ по времени.
1.1.11	$v_x(t) = v_{x0} + a_x t$ $v(t) = v_0 + at$ зависимость проекции скорости от времени при постоянной проекции ускорения. Когда знак проекции скорости не изменяется при движении слова «проекции» и индексы опускают. v_0 - скорость в начальный момент времени.
1.1.12	$x(t) = x_0 + v_{x0} \cdot t + a_x \frac{t^2}{2}$ зависимость координаты от времени при движении с постоянным ускорением.
1.1.13	<p>$a) s(t) = \frac{at^2}{2}$ частный случай движения с постоянным ускорением, когда начальная скорость и начальная координата тела равны нулю и тело разгоняется с ускорением a. s — путь, пройденный за время t и модуль вектора перемещения, совпадающий в этом случае с величиной пути.</p> <p>$b) v^2(t) = 2as(t)$ связь скорости и пути в этом случае</p>
1.1.14	<p>$s_{\text{торм}} = \frac{v_0^2}{2a}$ тело, имеющее скорость v_0 тормозится с ускорением a.</p> <p>$s_{\text{торм}}$ - тормозной путь.</p>
1.1.15	<p>$v_x^2(t) - v_{x0}^2 = 2a_x \cdot \Delta x(t) = 2a_x \cdot s(t)$ связь проекции начальной скорости и проекции скорости в момент времени t с перемещением $s(t) = \Delta x$ за время t. Если тело движется в одном направлении, можно в этой формуле использовать модули скоростей и ускорения.</p> <p>$v^2(t) - v_0^2 = \pm 2as(t)$. Знак +соответствует увеличению скорости со временем, минус- уменьшению скорости.</p>
1.1.16	<p>$a) v^2 = v_0^2 + 2g(h_0 - h)$ тело бросили вертикально вниз со скоростью v_0. Оказавшись на высоте h, оно достигает скорости v.</p> <p>Начальная высота равна h_0.</p> <p>$b) h(t) = h_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ — связь высоты и времени полета в этом случае</p>

	$c) v(t) = v_0 + gt$ зависимость скорости от времени при падении тела
1.1.17	<p>$a) v^2 = v_0^2 - 2g(h - h_0)$ тело бросили вертикально вверх со скоростью v_0. Оказавшись на высоте h, оно имеет скорость v. Начальная высота равна h_0.</p> <p>$b) h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ связь времени подъема и высоты в этом случае</p> <p>$c) v(t) = v_0 - gt$ зависимость скорости от времени</p>
1.1.18	$s_n = \frac{g\tau^2}{2} (2n - 1) = 5 \cdot (2n - 1) \quad (0, 5 \text{ м}, 15 \text{ м}, 25 \text{ м}, 35 \text{ м} \dots)$ <p>тело падает без начальной скорости. s_n - путь за n-ю секунду. $\tau = 1 \text{ с}$</p>
1.1.19	$v_{\text{cp}} = \frac{v_{\text{н}} + v_{\text{к}}}{2}$ связь средней скорости v_{cp} с начальной и конечной при движении с постоянным ускорением, если направление движения не изменяется
1.1.20	$\begin{cases} v_x = x'(t), & a_x = v'_x = x''(t) \\ v_y = y'(t), & a_y = v'_y = y''(t) \end{cases}$ <p>Тело движется в плоскости. Положение тела задается двумя координатами $x(t), y(t)$.</p> <p>Проекции скорости и ускорения выражаются через производные координат по времени.</p> $\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \end{cases}$ <p>зависимость координат от времени при постоянном ускорении</p> $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$ <p>описание движения в плоскости при постоянном ускорении \vec{a} с помощью радиуса-вектора $\vec{r}(t)$, проведенного из начала координат к точке нахождения тела.</p>

1.1.21	$c) \begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \\ \vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad u_{\text{ср}} = \frac{\text{путь}}{\text{время}} \end{cases}$ <p>описание движения в плоскости при постоянном ускорении \vec{a} с помощью радиуса-вектора $\vec{r}(t)$, проведенного из начала координат к точке нахождения тела. $\vec{v}_{\text{ср}}$ - векторная средняя скорость, $u_{\text{ср}}$ - средняя путевая скорость.</p>
1.1.22	$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$ <p>зависимости от времени координат тела, брошенного со скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту. Ось x горизонтальная, y – вертикальная, начало отсчета на земле в точке бросания тела.</p>
1.1.23	$y(x) = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$ <p>уравнение траектории (параболы) тела, брошенного со скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту.</p>
1.1.24	$L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ <p>дальность полета тела, брошенного со скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту.</p>
1.1.25	$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha = \frac{L}{4} \operatorname{tg} \alpha$ <p>наибольшая высота траектории при полете тела, брошенного со скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту.</p>
1.1.26	$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ $v_x(t) = v_0 \cos \alpha$ $v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$ <p>зависимость от времени вектора $\vec{v}(t)$ скорости и его проекций при движении тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью \vec{v}_0.</p>

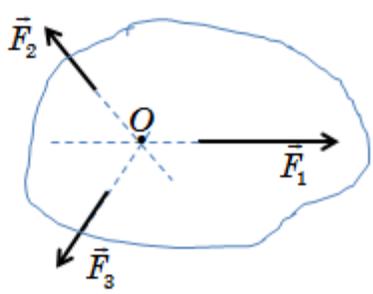
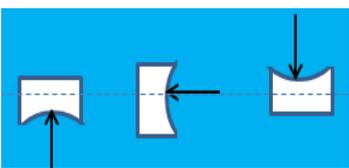
1.1.27	$\tau = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha$ <p>время полета тела, брошенного под углом α к горизонту со скоростью \vec{v}_0.</p>
1.1.28	$\omega \equiv \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ <p>угловая скорость ω тела, движущегося по окружности. $\Delta\varphi$ – дуга в радианах, которую проходит тело за промежуток времени Δt.</p>
1.1.29	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ <p>связь угловой скорости ω с периодом обращения T и частотой вращения ν</p>
1.1.30	$v_{\text{лин}} = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$ <p>связь линейной скорости тела $v_{\text{лин}}$ с угловой скоростью ω (или периодом T) и радиусом окружности R, по которой движется тело.</p>
1.1.31	$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v\omega$ <p>кинематическая формула для центростремительного ускорения $a_{\text{ц}}$ тела, движущегося по дуге окружности радиуса R со скоростью v. Формула одинаковая для спутника, камня на веревке, электрона в магнитном поле</p>
1.1.32	$a_{\text{т}} \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t}$ <p>модуль тангенциальное ускорения $a_{\text{т}}$ по определению. Δv – изменение скорости тела, движущегося по окружности за время Δt. При равномерном движении по окружности тангенциальное ускорение отсутствует.</p>
1.1.33	$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$ <p>– закон сложения скоростей в классической механике. $\vec{v}_{\text{абс}}$ – скорость тела относительно системы отсчета, принятой за неподвижную, $\vec{v}_{\text{отн}}$ – скорость тела относительно подвижной системы отсчета, $\vec{v}_{\text{пер}}$ – переносная скорость, т.е. скорость подвижной системы относительно неподвижной. Пример. Паровоз проезжает мимо придорожного столба со скоростью $\vec{v}_{\text{п}}$. Машинист паровоза видит, что столб движется назад со скоростью $(-\vec{v}_{\text{п}})$ (предметы в кабине он считает неподвижными). Грузовик, едущий со скоростью $\vec{v}_{\text{г}}$, для машиниста паровоза выглядит, как</p>

	<p>едущий со скоростью $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_Г - \vec{v}_П = \vec{v}_Г + (-\vec{v}_П)$. Т.е. и грузовику машинист «приписал», т.е. добавил вектор $(-\vec{v}_П)$ как столбу. Будем называть такое мнемоническое правило отыскания скорости относительно подвижной системы «правилом столба».</p>	
1.1.34	<p>$\vec{a}_{\text{абс}} = \vec{a}_{\text{отн}} + \vec{a}_{\text{пер}}$ сложение ускорений в случае, когда подвижная система движется поступательно. Если подвижная система вращается, то связь ускорений более сложная. В таком виде она применима для вращающейся системы в частном случае, когда $\vec{v}_{\text{отн}} = 0$.</p>	
1.1.35	<p>Проекции скоростей двух произвольных точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. (Теорема о проекции Грасгофа)</p>	
1.2 Динамика		
1.2.1	<p>$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$ ускорения (модули) взаимодействующих тел обратно пропорциональны их массам .</p>	
1.2.2	<p>$\vec{F} = m\vec{a}$ 2-ой закон Ньютона, определение силы, действующей на тело, движущееся с ускорением.</p>	
1.2.3	<p>$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_p$ Если на тело действуют несколько сил, то ускорение определяется их векторной суммой, называемой равнодействующей силой \vec{F}_p.</p>	
1.2.4	<p>$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ 3-й закон Ньютона. Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению. Согласно Ньютону такой характер взаимодействия имеет место в любой момент времени.</p>	
1.2.5	<p>$\rho \equiv \frac{m}{V}$ плотность ρ вещества по определению. m – масса тела, V – объем тела.</p>	
	<p>$F_{\text{упр}} = -kx$ закон Гука. Сила упругости $F_{\text{упр}}$ пропорциональна величине деформации x. Коэффициент k, называемый жесткостью, зависит от материала тела и его размеров. Для длинного стержня</p>	

1.2.6	<p>приближенно жесткость пропорциональна площади сечения и обратно пропорциональна длине $k \propto \frac{S}{l}$ (\propto – знак пропорциональности)</p>
1.2.7	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Жесткость комбинированной пружины выражается через жесткости отдельных пружин</p> <p>$k_{\text{пр}} = k_1 + k_2$ при «параллельном» соединении пружин</p> <p>$\frac{1}{k_{\text{пс}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_{\text{пс}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ при «последовательном»</p> </div> </div>
1.2.8	<p>$p \equiv \frac{N}{S}$ давление p при контактном взаимодействии двух тел. N – сила, с которой тела действуют друг на друга, S – площадь поверхности контакта.</p>
1.2.9	<p>$\vec{N} = m(\vec{g} - \vec{a})$ N – сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес (вес тела) в лифте, движущемся с ускорением \vec{a}</p>
1.2.10	<p>$F_{\text{тр.ск}} = \mu N$ связь силы трения скольжения $F_{\text{тр.ск}}$ и силы нормального давления N. Коэффициент трения μ не зависит от скорости скользящего тела.</p>
1.2.11	<p>$F_{\text{тр.покоя}} \leq \mu N$ сила трения покоя $F_{\text{тр.покоя}}$ может быть любой в интервале от нуля до трения скольжения μN. В этих пределах сила трения покоя подстраивается под внешние силы, стараясь препятствовать скольжению.</p>
1.2.12	<p>на тело, помещенное без толчка на наклонную плоскость, действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, нормальная реакция плоскости \vec{N} и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$.</p> <p>Проекции сил оси x, y</p> <div style="text-align: right;">  </div>

	$(mg)_x = mg \sin \alpha \quad (mg)_y = -mg \cos \alpha$ $F_{\text{тр}x} \leq \mu mg \cos \alpha$	
1.2.13	<p>в некоторых случаях удобно представить силу тяжести в виде двух составляющих.</p> $m\vec{g} = \vec{F}_{\text{ск}} + (-\vec{N}) \quad F_{\text{ск}} = mg \sin \alpha$ $N = mg \cos \alpha$ $\vec{F}_{\text{ск}}$ – скатывающая сила, параллельная наклонной плоскости, $(-\vec{N})$ – сила нормального давления тела на плоскость	
1.2.14	$F_{\text{тр}} \leq \mu mg \cos \alpha$ сила трения на наклонной плоскости	
1.2.15	если коэффициент трения $\mu > \text{tg} \alpha$ тело, помещенное на наклонную плоскость, не скользит вниз	
1.2.16	$a = g \sin \alpha$ ускорение тела, скатывающегося вниз по гладкой наклонной плоскости с углом при основании α	
1.2.17	$F_{\uparrow} = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$ сила F_{\uparrow} , которую надо приложить вдоль наклонной плоскости, чтобы перемещать тело равномерно вверх по плоскости.	
1.2.18	$F_{\text{Н}} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ закон всемирного тяготения Ньютона. Два точечных тела (или два шара) притягиваются друг к другу с силой $F_{\text{Н}}$, пропорциональной массам тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния R между центрами тел. Коэффициент пропорциональности $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ называется гравитационная постоянная	
1.2.19	$g = \frac{F_{\text{Н}}}{m} = G \frac{M}{R^2} = G \frac{4}{3} \pi \rho R$ связь ускорения свободного падения на поверхности планеты g с параметрами планеты массой : M , плотностью ρ , радиусом R .	
1.2.20	$v_1 = \sqrt{Rg}$ первая космическая скорость на планете радиуса R с	

	<p>ускорением свободного падения на поверхности g . Для Земли $v_{1\text{Земли}} \approx 8$ км/с .</p>
1.2.21	<p>$v_2 = \sqrt{2Rg}$ вторая космическая скорость. Для Земли $v_{2\text{Земли}} \approx 11,2$ км/с</p>
1.2.22	<p>$\vec{F}_{\text{и}} = -m\vec{a}$ $m\vec{a}_{\text{отн}} = \vec{F}_{\text{р}} + \vec{F}_{\text{и}}$ Если система отсчета движется с ускорением \vec{a} по отношению к инерциальной системе отсчета, то такая система является неинерциальной (например, поезд, идущий с ускорением). Чтобы описывать движение относительно такой системы с помощью 2-го закона Ньютона, нужно считать, что на тело, кроме «обычной» равнодействующей силы $\vec{F}_{\text{р}}$, действует дополнительная сила инерции $\vec{F}_{\text{и}}$.</p>
1.3 Статика	
1.3.1	<p>$\vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_{\text{р}}$ сумма сил, действующих на тело, называется равнодействующей силой $\vec{F}_{\text{р}}$. Если тело точечное, то под действием равнодействующей тело движется поступательно так, как под действием суммы сил. В случае тела конечных размеров кроме поступательного движения возможно вращательное. Чтобы обеспечить правильное движение, включая вращательное, равнодействующая должна быть приложена в определенной точке протяженного тела. Равнодействующая существует не для любой системы сил. Пара сил, т.е. две силы \vec{F}_1 и $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, приложенные в разных точках тела, нельзя заменить одной, так, чтобы воздействие на тело не изменилось.</p>
1.3.2	<p>$\vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_{\text{р}} = \mathbf{0}$ условие равновесия материальной точки</p>
1.3.3	<p>$M \equiv \vec{F} \cdot l$ момент M силы \vec{F} относительно оси равен по определению произведению модуля силы на расстояние l от оси до линии действия силы. (l – плечо силы). Если сила вращает против часовой стрелки, ее момент считают положительным, по часовой стрелке – отрицательным.</p>
1.3.4	<p>а) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \mathbf{0}$ условия равновесия тела конечных размеров. б) $M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0$ Условие а) обеспечивает отсутствие поступательного движения, условие б) – вращательного. Предполагается, что все векторы сил лежат в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Если ось</p>

	закреплена, то условие a) выполнено автоматически за счет сил, приложенных к оси.
1.3.5	$x_{\text{цт}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 \dots + m_n}$ координата центра тяжести (ЦТ) системы материальных точек массами m_1, m_2, \dots, m_n . x_1, x_2, \dots, x_n – координаты точек. В ЦТ приложена равнодействующая всех сил тяжести, действующих на отдельные частицы системы. Формула применима и для ЦТ системы шаров.
1.3.6	 <p>Если твердое тело конечных размеров находится в равновесии под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке. (Теорема о трех силах).</p>
1.3.7	$p = \frac{F}{S}$ определение давления жидкости p : отношение силы F (силы давления), действующей на поверхность со стороны жидкости к площади S этой поверхности. Закон Паскаля: давление, производимое на покоящуюся жидкость или газ, передается в любую точку жидкости одинаково по всем направлениям. То есть, если в данной точке жидкости вращать манометр, измеряя давление в разных направлениях, показания прибора будут одинаковые. 
1.3.8	$p = \rho g h$ давление p столба жидкости под действием силы тяжести. ρ – плотность жидкости, h – высота столба.
1.3.9	$F_A = \rho g V$ Закон Архимеда. На тело, погружённое в жидкость, действует выталкивающая сила F_A (сила Архимеда), равная весу жидкости объема, равного объему погруженной в жидкость части тела. ρ – плотность жидкости, V – объем погруженной части тела, g – ускорение свободного падения. Закон применим и к газам.

1.3.10	<p>1) $F_A > mg$ 2) $F_A = mg$ 3) $F_A < mg$ Условия плавания тел. F_A – сила Архимеда при полном погружении тела в жидкость. 1) Тело плавает, частично погрузившись в жидкость. 2) Тело в безразличном равновесии на любой глубине. 3) Тело тонет.</p>
1.3.11	<p>$P = mg - F_A = (\rho_{\text{тела}} - \rho_{\text{ж}})Vg$ вес тела P массой m при погружении его в жидкость плотности $\rho_{\text{ж}} < \rho_{\text{тела}}$. Объем погруженной части тела V.</p>
1.3.12	<p>$\Delta V = vS\Delta t$, $\Delta m = \rho vS\Delta t$ Жидкость(или газ) плотности ρ со скоростью v течет по трубе сечением S. За время Δt из трубы вытечет объем жидкости ΔV массой Δm.</p>
1.3.13	<p>$v^2 = 2gh$ Жидкость находится в тонкостенном сосуде. На глубине h от поверхности имеется небольшое отверстие. Жидкость вытекает из него со скоростью v, такой же, как у тела, падающего с высоты h. (Формула Торичелли).</p>
1.4 Законы сохранения	
1.4.1	<p>$\vec{p} \equiv m\vec{v}$ определение импульса тела \vec{p}: вектор, модуль которого равен произведению массы тела на модуль скорости, а направление совпадает с направлением вектора скорости.</p>
1.4.2	<p>$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$ второй закон Ньютона в импульсной форме. Изменение импульса тела $\Delta\vec{p}$ равно импульсу приложенной силы \vec{F}. Импульсом силы называется произведение $\vec{F} \cdot \Delta t$. При неизменной массе тела такая форма закона совпадает с использованной ранее $m\vec{a} = \vec{F}$.</p>
1.4.3	<p>$\vec{P}_{\text{пол}} \equiv \sum \vec{p}_i \equiv \sum m_i \vec{v}_i$ полным импульсом $\vec{P}_{\text{пол}}$ системы частиц называется вектор, равный сумме импульсов отдельных частиц.</p>
1.4.4	<p>$\Delta\vec{P}_{\text{пол}} = \vec{F}_{\text{внш}}\Delta t$ изменение полного импульса системы тел $\Delta\vec{P}_{\text{пол}}$ за время Δt определяется импульсом только внешних сил $\vec{F}_{\text{внш}}$. Если внешних сил нет, то полный импульс системы тел не изменяется со временем</p> $\vec{P}_{\text{пол}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots m_n\vec{v}_n = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 + \dots m_n\vec{v}'_n$
1.4.5	<p>$x_{\text{цм}} \equiv \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ определение координаты $x_{\text{цм}}$ центра масс (ЦМ). x_1, x_2, \dots, x_n – координаты отдельных точечных тел (или шаров). Центр тяжести системы находится в этой же</p>

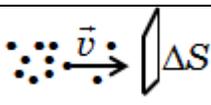
	точке.
1.4.6	$V_{\text{цм}x} \equiv \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + \dots + m_n v_{nx}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{P_{\text{пол}x}}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ <p> $V_{\text{цм}x}$ – проекция скорости центра масс. $v_{1x}, v_{2x} \dots v_{nx}$ – проекции скоростей отдельных частиц массами $m_1, m_2 \dots m_n$. $P_{\text{пол}x}$ – проекция полного импульса системы. Если проекция внешней силы на ось x равна нулю, проекция скорости ЦМ $V_{\text{цм}x}$ не изменяется. В частности, если при отсутствии проекции внешней силы на ось x оси ЦМ в начальный момент покоился, то он остается неподвижным все время. </p>
1.4.7	<p> $A \equiv F s \cos \alpha = \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot \Delta t$ механическая работа A, производимая постоянной силой \vec{F} над материальной точкой при ее перемещении \vec{s} по определению. α - угол между вектором силы и вектором перемещения, \vec{v} - скорость точки. Полная работа $A_{\text{пол}}$ над системой материальных точек по определению равна сумме работ над отдельными точками $A_{\text{пол}} \equiv \sum_i A_i$. </p>
1.4.8	<p> $N \equiv \frac{A}{\Delta t}$ мощность N силы по определению - отношение работы силы к интервалу времени Δt, за которое эта работа была произведена. </p>
1.4.9	<p> $N = F \cdot v$ сила \vec{F}, действующая на тело в направлении вектора скорости \vec{v}, развивает мощность N. </p>
1.4.10	<p> $E_{\text{кин}} \equiv \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{p^2}{2m}$ кинетическая энергия $E_{\text{кин}}$ тела массой m, движущегося со скоростью \vec{v} по определению. $p = mv$ – модуль импульса тела. Формула для кинетической энергии применима при поступательном движении тела, когда скорость у всех частиц тела одинаковая. Для нескольких поступательно движущихся тел общая кинетическая энергия равна сумме энергий отдельных тел </p> $E = \sum \frac{mv^2}{2}$
1.4.11	<p> $E_{\text{кин}1} - E_{\text{кин}0} = \sum_i A_i$ Изменение кинетической энергии системы </p>

	равно работе всех внутренних и внешних сил, действующих на тела системы. Теорема об изменении кинетической энергии.
1.4.12	$v'_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1x} + 2m_2v_{2x}}{m_1 + m_2} \quad v'_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2x} + 2m_1v_{1x}}{m_1 + m_2}$ <p>Упругое центральное столкновение двух шаров массами m_1, m_2. v_{1x}, v_{2x} – проекции скоростей шаров до столкновения, v'_{1x}, v'_{2x} – проекции после столкновения. Если массы шаров одинаковые, шары «обмениваются» скоростями $v'_{1x} = v_{2x}, v'_{2x} = v_{1x}$ при $m_1 = m_2$</p>
1.4.13	$u'_{1x} = -u_{1x}, \quad u'_{2x} = -u_{2x}$ <p>Описание упругого центрального столкновения двух шаров массами m_1, m_2 в системе отсчета, где ЦМ покоится. u_{1x}, u_{2x} – проекции скоростей до удара, u'_{1x}, u'_{2x} – проекции скоростей после удара. В этой системе отсчета проекции скоростей частиц после удара изменяют знак, не изменяясь по модулю.</p>
1.4.14	$E_{\text{упр}} = \frac{kx^2}{2}$ <p>потенциальная энергия $E_{\text{упр}}$ упруго деформированного тела. k – жесткость, x – величина деформации. Чаще всего используется в задачах с пружинами, резиновым шнурами..</p>
1.4.15	$E_{\text{п}} = mgh = A$ <p>потенциальная энергия $E_{\text{п}}$ тела, поднятого над Землей на высоту h. Эта энергия равна работ A, совершаемой силой тяжести при падении тела с высоты h.</p>
1.4.16	<p>Сохранение полной механической энергии при падении тела с высоты h с начальной скоростью $v_{\text{вверху}}$.</p> $E_{\text{к внизу}} = E_{\text{полн.вверху}} \quad \frac{mv_{\text{внизу}}^2}{2} = \frac{mv_{\text{вверху}}^2}{2} + mgh$
1.4.17	$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$ <p>шарик, подвешенный на нитке длиной l, имеет скорость v, когда проходит положение равновесия после отклонения на угол α.</p>
	$E_{\text{Г}} = -G \frac{mM}{R}$ <p>гравитационная потенциальная энергия</p>

1.4.18	взаимодействия двух точечных или сферически симметричных тел. R - расстояние между центрами. За нулевой уровень энергии принята энергия, соответствующая бесконечно большому расстоянию между телами.
1.4.19	$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{внш}} + A_{\text{тр}} \Delta E_{\text{мех}}$ закон сохранения и изменения механической энергии системы тел. Изменение механической энергии системы равно работе внешних сил и сил трения (любых – внешних и внутренних).
1.4.20	$\eta_{\text{пл}} \equiv \frac{\Delta E_{\text{пот}}}{A_{\text{под}}} 100\%$ определения КПД $\eta_{\text{пл}}$ наклонной плоскости. $\Delta E_{\text{пот}}$ – прирост потенциальной энергии при подъеме тела по наклонной плоскости, $A_{\text{под}}$ – затраченная на подъем работа.
1.5 Механические колебания и волны	
1.5.1	$ma = -kx \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0 \quad x'' + \omega^2 x = 0 \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$ 2-й закон Ньютона для пружинного маятника. Уравнение описывает гармонические колебания координаты $x(t) = x_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = x_m \cdot \sin(2\pi\nu t + \varphi_0) = x_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$ $x(t)$ – изменение со временем координаты тела при гармонических колебаниях. x_m – амплитуда колебаний, ν – частота колебаний, $T = \frac{1}{\nu}$ – период колебаний-наименьший промежуток времени, через который состояние повторяется, $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота, φ_0 – начальная фаза колебаний
1.5.2	$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\tau}{N}$ соотношения между периодом колебаний T , частотой ν , циклической (угловой) частотой ω , числом N колебаний за время τ .

1.5.3	$v(t) = x(t)' = \omega \cdot x_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = v_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ $v_m = \omega \cdot x_m$ <p>$v(t)$ – изменение во времени скорости тела при гармонических колебаниях с циклической частотой ω. x_m – амплитуда координаты, v_m – амплитуда колебаний скорости, φ_0 – начальная фаза колебаний.</p>
1.5.4	$a(t) = v'(t) = x''(t) = -\omega^2 x_m \sin(\omega t + \varphi_0) = -a_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ $a_m = \omega^2 x_m = \omega v_m$ <p>$a(t)$ – изменение со временем ускорения тела при гармонических колебаниях с циклической ω. x_m – амплитуда координаты, v_m – амплитуда скорости, a_m – амплитуда колебаний ускорения, φ_0 – начальная фаза колебаний</p>
1.5.5	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ <p>период T малых колебаний математического маятника длиной l. ν, ω – частота и циклическая частота маятника. Формула Гюйгенса.</p>
1.5.6	$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ <p>частота ω, период T гармонических колебаний груза массы m на пружине жесткости k (пружинный маятник). С такой частотой изменяются координата, скорость, ускорение груза. Энергия кинетическая и потенциальная изменяется с частотой вдвое больше 2ν.</p>
1.5.7	$E = \frac{mv(t)^2}{2} + \frac{kx(t)^2}{2} = m\left[\frac{v(t)^2}{2} + \frac{\omega^2 x(t)^2}{2}\right] = const$ <p>E – полная энергия пружинного маятника – сумма кинетической энергии и потенциальной упругой энергии. Координата $x(t)$ и скорость $v(t)$ изменяются со временем по гармоническим законам, полная энергия не зависит (не изменяется) со временем. Второе выражение для полной энергии (с частотой) применимо и для малых колебаний математического маятника. Максимальная кинетическая энергия равна максимальной потенциальной энергии $\frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}$</p>

1.5.8	$y(t, x) = y_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = y_m \cos \varphi(t, x) \quad \varphi(t, x) = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x$ <p>Плоская волна амплитуды y_m с периодом колебаний T и длиной волны λ движется в положительном направлении оси x. Отклонение от положения равновесия $y(t, x)$ в точке с координатой x в момент времени t описывается уравнением бегущей волны. Фазы колебаний в волне $\varphi(t, x)$ в точках, отстоящих на расстояние λ друг от друга в один и тот же момент отличаются на 2π.</p>
1.5.9	$\lambda\nu = c$ соотношение между частотой ν колебаний в волне, длиной волны λ и скоростью волны c . Применимо для звуковых и электромагнитных волн.
1.5.10	$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$ при распространении волны фаза колебаний в один и тот же момент времени в точках, отстоящих на расстояние Δx друг от друга, отличается на $\Delta\varphi$ («набег» фазы).
1.5.11	$p(t, x) = 2p_0 \cos\left(\pi \frac{s_2 - s_1}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \delta\right)$ суммарное колебание давления $p(t, x)$ при возбуждении двух когерентных звуковых волн частоты ω одинаковой амплитуды p_0 с разностью хода $\Delta s = s_2 - s_1$
1.5.12	$\Delta s = \frac{\lambda}{2} (2m + 1) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ условие на разность хода Δs двух когерентных волн для наблюдения минимума на интерференционной картине
1.5.13	$\Delta s = \lambda m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ условие на разность хода Δs двух когерентных волн для наблюдения максимума на интерференционной картине
2. Молекулярная физика. Термодинамика.	
2.1 Молекулярная физика	
	$m = \rho V = \nu M = \frac{N}{N_A} M \quad n = \frac{N}{V} = \rho \frac{N_A}{M} \quad N = \frac{m}{M} N_A$ соотношения между

2.1.1	<p>массой однородного тела m, его объемом V, плотностью ρ, количеством вещества ν, молярной массой M, числом молекул, составляющих тело N. $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль - число Авагадро, n – концентрация молекул вещества.</p>
2.1.2	<p>$m_0 = \frac{M}{N_A}$ $m = m_0 n V$ $n = \frac{\rho}{m_0}$ $v_1 = \frac{1}{n}$ $a = \sqrt[3]{v_1} = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ соотношения между массой одной молекул m_0, средним объемом, приходящимся на одну молекулу v_1, средним расстоянием между молекулам a</p>
2.1.3	<p>$\Delta N = n v \Delta S \cdot \Delta t$  поток частиц с одинаковой скоростью \vec{v} и концентрацией n пересекает поверхность площади ΔS с нормалью, параллельной вектору скорости. За время Δt площадку пересечет ΔN частиц.</p>
2.1.4	<p>$\langle v^2 \rangle \equiv \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}$ $v_{кв} \equiv \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ имеется большое число N одинаковых молекул с разными скоростями. $\langle v^2 \rangle$ – среднее значение квадрата скорости по определению. $v_{кв}$ – средняя квадратичная скорость по определению.</p>
2.1.5	<p>$\langle E_k \rangle \equiv \frac{1}{N} (E_{k1} + E_{k2} \dots + E_{kN})$ средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул $\langle E_k \rangle$ по определению.</p>
2.1.6	<p>$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle$ выражение давления p идеального газа через параметры системы молекул – концентрацию n, массу отдельной молекулы m_0, среднюю квадратичную скорость или среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул $\langle E_k \rangle$. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.</p>
2.1.7	<p>$p = \frac{\rho v_{кв}^2}{3}$ выражение давления p идеального газа через его плотность ρ и среднюю квадратичную скорость поступательного движения молекул $v_{кв}$.</p>
2.1.8	<p>$a = \sqrt[3]{\frac{1}{n}}$ оценка среднего расстояния между молекулами.</p>

	n – концентрация молеку.
2.1.9	$p_0V_0 = p_1V_1 = const$ при постоянной температуре (изотермический процесс) произведение давления идеального газа на его объем неизменно. Закон Бойля-Мариотта.
2.1.10	T [К] = t °С + 273,15 соотношение температуры T в шкале Кельвина (абсолютной температуры) и температуры t шкале Цельсия. Величина одного градуса в шкале Кельвина (1 К) и в шкале Цельсия одинакова 1 К=1°С
2.1.11	$\frac{V}{T} = const$ при постоянном давлении (изобарный процесс) отношение объема к абсолютной температуре идеального газа неизменно. Закон Гей-Люссака.
2.1.12	$\frac{p}{T} = const$ в идеальном газе при постоянном объеме (изохорный процесс) отношение давления к абсолютной температуре постоянно. Закон Шарля.
2.1.13	$\frac{pV}{T} = const$ при неизменной массе идеального газа отношение произведения давления и объема pV к абсолютной температуре T одинаково во всех равновесных состояниях. Уравнение Клапейрона.
2.1.14	$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT$ уравнение Менделеева-Клапейрона (УМК). Описывает равновесное состояние идеального газа с учетом возможного изменения массы газа m . $R=8,31$ Дж/(моль · К) – универсальная газовая постоянная, M [кг/моль] – молярная масса, ν – количество вещества (число молей).
2.1.15	$p = \frac{m}{MV} RT = \frac{\rho}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$ связь плотности ρ идеального газа с его давлением p и молярной массой M - следствие УМК.
	$p = \frac{N}{VN_A} RT = knT$ давление p идеального газа пропорционально

2.1.16	концентрации n молекул и абсолютной температуре T . Коэффициент пропорциональности $k \equiv \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К называется постоянной Больцмана.
2.1.17	$\langle E_k \rangle = \frac{m_0 v_{кв}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$ связь средней кинетической энергии $\langle E_k \rangle$ поступательного движения молекул с абсолютной температурой T .
2.1.18	$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3pV}{m}}$ связь средней квадратичной скорости поступательного движения молекул идеального газа с термодинамическими параметрами – абсолютной температурой T , давлением p , объемом V . m – масса газа, m_0 – масса одной молекулы газа.
2.1.19	$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = (v_1 + v_2 + \dots + v_n) \frac{RT}{V}$ В сосуде находится смесь идеальных газов. Закон Дальтона утверждает, что полное наблюдаемое p давление смеси равно сумме давлений отдельных компонент (сумме парциальных давлений).
2.1.20	$\rho_{пара} = \frac{m_{пара}}{V}$ абсолютной влажностью воздуха называют плотность $\rho_{пара}$ водяного пара.
2.1.21	$\varphi \equiv \frac{p}{p_H} 100\%$ относительная влажность воздуха φ по определению. p - наблюдаемое давление пара, p_H – давление насыщенного пара при имеющейся температуре.
2.2 Термодинамика	
	$U = \frac{m}{M} N_A \cdot \langle E_k \rangle = \frac{3m}{2M} RT = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} pV$ внутренняя энергия U идеального одноатомного газа это кинетическая энергия его молекул. Она выражается через среднюю кинетическую энергию

2.2.1	$\langle E_k \rangle$ одной молекулы или через термодинамические параметры газа - абсолютную температуру T , давление p , объем V . ν – количество вещества (число молей газа), M – молярная масса. Для двухатомного газа $U = \frac{5}{2} pV$, для многоатомного $U = 3pV$
2.2.2	$A_{\text{газа}} = p\Delta V$ $A_{\text{внеш}} = -p\Delta V$ работа газа/системы в термодинамике $A_{\text{газа}}$ определяется давлением p и изменением объема ΔV при этом давлении. При расширении газа $\Delta V > 0$, работа газа положительная. Работа внешних сил равна работе газа с обратным знаком $A_{\text{внеш}} = -A_{\text{газа}}$.
2.2.3	$Q = C\Delta T = cm\Delta T$ количество теплоты Q , необходимое для нагрева на ΔT определяется теплоемкостью тела $C = cm$. m – масса тела, c – удельная теплоемкость материала тела.
2.2.4	$Q = c_M \cdot \nu \cdot \Delta T \Rightarrow c_M = \frac{Q}{\nu \cdot \Delta T} = \frac{M \cdot Q}{m \cdot \Delta T}$ количество теплоты, необходимое для нагрева на 1 К одного моля вещества называется молярной теплоемкостью c_M . Молярная теплоемкость c_M связана с удельной теплоемкостью c соотношением $c_M = M \cdot c$.
2.2.5	$Q = C\Delta T \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta T}$ теплоемкость C тела (всего тела, а не одного килограмма и не одного моля) - количество теплоты, необходимой для нагрева этого тела на один 1 К.
2.2.6	$\Delta U = A_{\text{внеш}} + Q$ первый закон термодинамики. ΔU – изменение внутренней энергии системы равно работе внешних сил $A_{\text{внеш}} +$ количество тепла Q , поступившее в систему. Все три величины могут быть как положительные, так и отрицательные. Полученное системой/газом количество теплоты считаем положительным, отданное – отрицательным.
2.2.7	$Q_{\text{отдан}} = Q_{\text{получ}}$ В равновесии температура во всех частях системы одинаковая. Если же температура разная, то при переходе к равновесию возникает теплообмен. Одни тела остывают и отдают количество теплоты $Q_{\text{отдан}}$, другие нагреваются, получая количество теплоты $Q_{\text{получ}}$. В замкнутой системе эти теплоты равны. (Уравнение теплового баланса.)

2.2.8	$Q = \lambda m \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{m}$ <p>количество теплоты Q, которое необходимо затратить, чтобы расплавить тело с удельной теплотой плавления λ массой m.</p>
2.2.9	$Q = rm \Rightarrow r = \frac{Q}{m}$ <p>количество теплоты Q, которое необходимо затратить, чтобы испарить жидкость массой m и удельной теплотой парообразования r.</p>
2.2.10	$c_v = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{3}{2} \frac{R}{M}$ <p>удельная теплоемкость идеального одноатомного газа при изохорном процессе нагрева ($V = \text{const}$). (Для двухатомного газа вместо $\frac{3}{2}$ нужно взять $\frac{5}{2}$).</p> $Q_v = \frac{3}{2} \frac{R}{M} m\Delta T = \frac{3}{2} V\Delta p$
2.2.11	$c_p = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{5}{2} \frac{R}{M}$ <p>удельная теплоемкость идеального одноатомного газа при изобарном процессе нагрева ($p = \text{const}$). (Для двухатомного газа вместо $\frac{5}{2}$ нужно взять $\frac{7}{2}$).</p> $Q_p = \frac{5}{2} \frac{R}{M} m\Delta T = \frac{5}{2} p\Delta V$
2.2.12	$Q = qm$ <p>количество теплоты Q, которое выделяется при сгорании топлива массой m. q – удельная теплота сгорания, разная у разных веществ.</p>
2.2.13	$\eta \equiv \frac{A}{Q_{\text{получ}}} = \frac{Q_{\text{получ}} - Q_{\text{отдан}}}{Q_{\text{получ}}} = \frac{A}{A + Q_{\text{отдан}}}$ <p>определение КПД η теплового двигателя (цикла). $Q_{\text{получ}}$ – полученная двигателем за цикл теплота, $Q_{\text{отдан}}$ – отданная двигателем теплота, $A = Q_{\text{получ}} - Q_{\text{отдан}}$ – совершенная рабочим телом/газом за цикл работа. Пройдя цикл, рабочее тело возвращается в исходное</p>

	состояние с той же внутренней энергией, т.е. $\Delta U = 0$.
2.2.14	$\eta = \frac{T_H - T_X}{T_H}$ <p>КПД теплового двигателя с циклом Карно. T_H – максимальная температура в цикле (нагреватель), T_X – минимальная температура (холодильник). Для данной пары температур КПД цикла Карно максимальный из возможных.</p>
2.2.15	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kS\Delta T$ <p>Закон теплопередачи Ньютона. При контакте горячего тела с холодным скорость передачи теплоты $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ от горячего тела к холодному пропорциональна разности температур и площади S соприкосновения тел.</p>
2.2.16	$pV^{\frac{5}{3}} = const$ <p>связь давления идеального одноатомного газа и его объема при адиабатном процессе. (Для двухатомного газа вместо $\frac{5}{3}$ нужно взять $\frac{7}{5}$).</p>
3. Электродинамика	
3.1 Электрическое поле	
3.1.1	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ <p>сила взаимодействия F между двумя точечными зарядами q_1, q_2 пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Величина ϵ_0 называется электрической постоянной. Эта же формула описывает взаимодействие двух равномерно заряженных шаров, r – расстояние между центрами шаров. Закон Кулона. $\epsilon \geq 1$ – диэлектрическая</p>

	проницаемость среды, в которой находятся заряды
3.1.2	$q_1 + q_2 + \dots + q_n = const$ в замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов сохраняется. Закон сохранения заряда.
3.1.3	$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$ напряженность \vec{E} электрического поля по определению. \vec{F} – сила, действующая на <i>положительный</i> заряд q (кулоновская сила).
3.1.4	$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$ частица массой m и зарядом q в электрическом поле напряженности \vec{E} движется с ускорением \vec{a} .
3.1.5	$E_{ТЗ} = k \frac{Q}{r^2}$ модуль $E_{ТЗ}$ напряженности электрического поля точечного заряда величиной Q , r – расстояние от заряда до точки наблюдения.
3.1.6	$E_{сф} = k \frac{Q}{r^2}$ модуль напряженности $E_{сф}$ электрического поля, созданного равномерно заряженной сферой или шаром с зарядом Q . r – расстояние от центра сферы/шара до точки наблюдения. Формула «работает» только вне сферы/шара для расстояний $r \geq R$, R – радиус сферы/шара. Внутри сферы напряженность поля равна нулю $E_{сфвнутри} = 0$, внутри равномерно заряженного шара напряженность равна нулю только в центре шара.
3.1.7	$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$ Имеется несколько зарядов. Напряженность полного поля \vec{E} равна векторной сумме напряженностей, созданных отдельными зарядами. Каждый заряд создает поле так, как будто других зарядов нет. В этом состоит принцип суперпозиции полей.
3.1.8	$\varepsilon \equiv \frac{E_0}{E}$ заряд, например, заряженный металлический шарик, помещенный в диэлектрик (например, в керосин) создает поле, меньшее, чем он создал бы в вакууме. Отношение напряженности поля заряда в вакууме к напряженности поля этого же заряда в среде, называется диэлектрической проницаемостью среды ε .
	$\Delta\varphi_{BC} \equiv \frac{A_{BC}}{q}$ $A_{BC} = q\Delta\varphi_{BC} = qU_{BC}$ определение разности

3.1.9	<p>потенциалов $\Delta\varphi_{BC}$ между точками B и C. Отношение работы A_{BC} электрического поля над положительным зарядом q при переходе заряда из точки B в точку C к величине заряда q. Это отношение не зависит от величины заряда. Часто разность потенциалов называют напряжением и обозначают буквой $U_{BC} = \Delta\varphi_{BC}$</p>
3.1.10	<p>$\varphi_B \equiv \frac{A_{B\infty}}{q}$ $A_{B\infty} = q\varphi_B$ определение потенциала точки B. Отношение работы $A_{B\infty}$ электрического поля над положительным зарядом q при его перемещении из точки B в бесконечность к величине заряда. Полученное отношение не зависит от величины пробного заряда.</p>
3.1.11	<p>$\varphi_{ТЗ} = k \frac{Q}{r}$ потенциал $\varphi_{ТЗ}$ поля точечного заряда Q на расстоянии r от него. Такая же формула для потенциала сферы/шара вне сферы/шара радиуса R при $r \geq R$. Внутри сферы (не шара) потенциал постоянен и равен потенциалу на поверхности.</p>
3.1.12	<p>$\Delta\varphi_{BC} = Ed_{BC} = U$ соотношение между модулем напряженности однородного электрического поля E и напряжением U (синоним разности потенциалов $\Delta\varphi_{BC}$) между двумя точками B и C, лежащими на одной линии напряженности. Расстояние от точки B до точки C обозначено d_{BC}.</p>
3.1.13	<p>$C_{\text{пров}} \equiv \frac{q}{\varphi}$ определение емкости $C_{\text{пров}}$ проводника. Отношение заряда проводника q к его потенциалу φ. Это отношение не зависит от заряда.</p>
3.1.14	<p>$C_{\text{кон}} \equiv \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}$ $U = \frac{q}{C_{\text{кон}}}$ $q = C_{\text{кон}}U$ определение емкости конденсатора $C_{\text{кон}}$ - отношение модуля заряда на одной из обкладок q к напряжению между обкладками $\Delta\varphi = U$. Емкость не зависит от величины заряда.</p>
3.1.15	<p>$C_{\text{пл}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ емкость $C_{\text{пл}}$ плоского конденсатора. S – площадь одной обкладки, d – расстояние между обкладками, ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками.</p>

3.1.16	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$ общая емкость C последовательно соединенных конденсаторов емкостями $C_1, C_2 \dots C_n$.
3.1.17	$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$ общая емкость C параллельно соединенных конденсаторов емкостями $C_1, C_2 \dots C_n$.
3.1.18	$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qU$ энергия $W_{\text{э}}$, сосредоточенная в заряженном конденсаторе. C – емкость конденсатора, U – напряжение между обкладками, q – модуль заряда обкладки.
3.1.18	$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 V = wV$ энергия $W_{\text{э}}$ электростатического поля, сосредоточенная в объеме V . $w = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2 = \frac{\epsilon}{8\pi k} E^2$ – энергия, локализованная в единице объема (объемная плотность энергии).
3.1.19	$W_2 = k \frac{q_1 q_2}{r}$ энергия взаимодействия двух электрических зарядов q_1, q_2 , r – расстояние между зарядами.
3.1.20	$\sigma \equiv \frac{q}{S}$ определение поверхностной плотности заряда σ – отношение заряда q , распределенного на поверхности площади S к величине площади.
3.1.21	$E_{\text{кон}} = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon S}$ напряженность поля $E_{\text{кон}}$ внутри плоского, выраженная через напряжение на конденсаторе U или через заряд q на обкладке.
3.1.22	$E_{\text{пл}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon} = \frac{q}{2\epsilon_0 \epsilon S}$ напряженность $E_{\text{пл}}$ – электрического поля заряженной плоскости. $\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится заряженная плоскость.
3.2. Законы постоянного тока	

3.2.1	$I \equiv \frac{\Delta q}{\Delta t}$ <p>определение силы тока I – отношение заряда Δq, прошедшего через сечение проводника за время Δt к величине промежутка времени</p>
3.2.2	$I = q_0 n v S$ <p>выражение силы тока I в проводнике через параметры системы носителей тока – заряд q_0 электрона (иона, дырки), концентрацию n, скорость v направленного движения. S – площадь сечение проводника.</p>
3.2.3	$I = \frac{U}{R} \quad U = IR$ <p>закон Ома для участка цепи без ЭДС- сила тока I на участке пропорциональна напряжению U между концами участка. R – сопротивление участка проводника.</p>
3.2.4	$R = \rho \frac{l}{S}$ <p>соотношение между сопротивлением проводника R и его размерами – длиной l и площадью сечения S. ρ - удельное сопротивление, характеристика материала проводника.</p>
3.2.5	$R_{об} = R_1 + R_2 + \dots R_n$ <p>формула для общего сопротивления $R_{об}$ при последовательном соединении n проводников с сопротивлениями $R_1, R_2, \dots R_n$.</p>
3.2.6	$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$ <p>формула для общего сопротивления $R_{об}$ при параллельном соединении n проводников с сопротивлениями $R_1, R_2, \dots R_n$.</p>
3.2.7	$I_1 + I_2 + \dots = I'_1 + I'_2 \dots$ <p>в электрической цепи к узлу подходят несколько проводников. По одним проводникам заряд приходит в узел, по другим – выходит. Сохранение заряда налагает условие на токи. Суммарная сила тока $I_1 + I_2 + \dots$, входящего узел, суммарной равна силе тока $I'_1 + I'_2 \dots$, выходящего из узла.</p>
3.2.8	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ <p>силы токов в параллельно соединенных проводниках обратно пропорциональны сопротивлениям проводников.</p>
	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ <p>закон Ома для замкнутой цепи с источником ЭДС. Сила</p>

3.2.9	тока I в цепи равна отношению ЭДС источника ε к сумме внешнего сопротивления R и внутреннего сопротивлением источника r .
3.2.10	$U = \varepsilon \pm Ir$ формула для напряжения U – на концах участка цепи, включающего источник ЭДС ε (неоднородного участка цепи, например, напряжение на зажимах источника). Знак минус – если источник на этом участке «разряжается», то есть направление тока через него такое, какое было бы, если бы не было других источников ЭДС. Знак +, если источник на участке «заряжается» от другого источника.
3.2.11	$U = \varepsilon \frac{R}{R+r}$ напряжение U на концах участка цепи с ЭДС ε в наиболее частом случае, когда в цепи один источник (например, напряжение на зажимах подключенной к цепи батареи).
3.2.12	$\varepsilon_{\text{общ}} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_N$ $r_{\text{общ}} = r_1 + r_2 + \dots + r_N$ группу из N источников с ЭДС $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$, внутренние сопротивления которых r_1, r_2, \dots, r_N , при их последовательном соединении (плюс источника соединяется с минусом соседнего источника) можно без изменения тока в цепи заменить одним источником с ЭДС $\varepsilon_{\text{общ}}$ и внутренним сопротивлением $r_{\text{общ}}$
3.2.13	$\varepsilon_{\text{общ}} = \varepsilon_1$, $r_{\text{общ}} = \frac{r_1}{N}$ группу из N источников с ЭДС $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N$, внутренние сопротивления которых r_1, r_2, \dots, r_N , при их параллельном соединении (плюсы всех источника соединяется в один узел, все минусы источников в другой узел) можно без изменения тока в цепи заменить одним источником с ЭДС $\varepsilon_{\text{общ}}$ и внутренним сопротивлением $r_{\text{общ}}$
3.2.14	$A = IUt$ работа A тока силой I на участке цепи с напряжением U за время t . Эту величину покажет счетчик электроэнергии, если его включить перед участком проводника.
3.2.15	a) $P = IU$ b) $P = I^2 R$ c) $P = \frac{U^2}{R}$ формулы для расчета мощности P тока на участке с сопротивлением R . Сила тока на участке равна I , напряжение на концах U . При известной силе тока

	удобно использовать формулу <i>b)</i> , при известном напряжении – формулу <i>c)</i> . Формула <i>a)</i> более общая, ее можно использовать и в случае неоднородного участка цепи (участок с ЭДС) .
3.2.16	$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \quad P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ <p>при $R = r$ источник тока с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r включен в цепь с внешним сопротивлением R. Во внешней цепи выделяется мощность P. Если внешнее сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника $R = r$, во внешней цепи выделяется максимальная мощность P_{\max}.</p>
3.2.17	$Q = I^2 R t$ формула/закон Закон Джоуля—Ленца для расчета количества теплоты Q , выделяемого на участке цепи с сопротивлением R за время Δt при прохождении тока силой I . Формула применима и в случае неоднородного участка цепи (с ЭДС).
3.2.18	$I U \Delta t = Q + P_{\text{мех}} \Delta t$ баланс энергии на участке цепи, где есть электромотор. Работа тока тратится на тепло Q и на механическую энергию $P_{\text{мех}} \Delta t$.
3.2.19	$A_{\text{ист}} = q \varepsilon = I \varepsilon \Delta t$ Через источник ЭДС ε идет ток силой I . В течение времени Δt через источник проходит заряд $q = I \Delta t$ и источник (ЭДС) совершает работу $A_{\text{ист}}$. Если направление тока I такое, что источник «разряжается» (внутри источника ток идет от минуса к плюсу), работа источника положительная, он отдает энергию, равную работе $A_{\text{ист}}$. Если ток имеет противоположное направление, работа источника отрицательная, он получает это количество энергии.
3.2.20	$I \varepsilon = I^2 (R + r) + P_{\text{мех}}$ Источник с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r питает внешнюю цепь с сопротивлением R , в которой есть и электрический двигатель. Мощность источника $I \varepsilon$ тратится на нагрев внешней и внутренней цепи и на механическую мощность $P_{\text{мех}}$. Закон сохранения энергии в электрической цепи.
3.2.21	$\eta \equiv \frac{P_{\text{внеш}}}{P_{\text{полн}}} = \frac{U}{\varepsilon}$ <p>Источник с ЭДС ε питает внешнюю цепь. КПД источника тока η по определению равен отношению мощности, выделяющейся во внешней цепи $P_{\text{внеш}}$, к полной мощности источника</p>

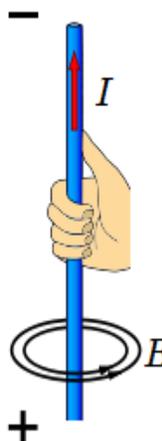
$P_{\text{полн}}$. КПД можно выразить как отношение напряжения на зажимах источника U к его ЭДС ε .

3.3 Магнитное поле

3.3.1 $B \equiv \frac{M_{\text{макс}}}{IS}$ модуль вектора магнитной индукции B по определению. $M_{\text{макс}}$ – максимальный вращающий момент, действующий со стороны поля на свободно подвешенную рамку площади S с током I . Направление вектора \vec{B} определяется правилом буравчика. По определению вектор \vec{B} направлен по нормали к рамке, находящейся в равновесном положении, в ту сторону, куда движется буравчик (правый винт) при вращении по направлению тока в рамке.

3.3.2 $M = IBSS \sin \alpha$ модуль M момента сил, действующих на рамку с током I площади S в однородном магнитном поле индукции B . α – угол между нормалью к плоскости рамки и вектором индукции \vec{B} .

3.3.3



По прямолинейному проводнику течет ток. Линии магнитной индукции представляют собой окружности в плоскости, перпендикулярной проводу, с проводом в центре. Направление вектора индукции в каждой точке определяется правилом правой руки, или буравчика. Если расположить большой палец правой руки по направлению тока, то направление обхвата проводника четырьмя пальцами покажет направление линий магнитной индукции.

Правило буравчика – вращаем буравчик так, чтобы он двигался по направлению тока. Тогда ручка буравчика вращается по направлению линии индукции.

3.3.4



В длинном стержневом магните сильное магнитное поле имеется вблизи концов, в середине магнита поле слабое. Силовые линии выходят из одного конца, называемого северным полюсом и входят в другой конец – южный полюс. При сближении двух намагниченных стержней одноименными полюсами они отталкиваются, при сближении разноименными полюсами – притягиваются.

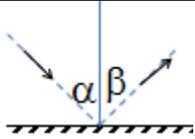
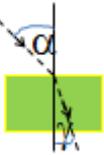
3.3.5	<p>a) $F_A = BIl \sin \alpha$ На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила Ампера \vec{F}_A. Модуль силы равен произведению модуля индукции B, силы тока I, длины проводника l и синуса угла α между направлением тока и вектора индукции. Направление силы Ампера определяется правилом левой руки (сила Ампера перпендикулярна вектору \vec{B} и направлению тока).</p> <p>b) $A = I \Delta \Phi$ – работа силы Ампера над контуром с током I при изменении потока через поверхность, ограниченную контуром</p>
3.3.6	<p>$F = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{d} l$ По длинному прямолинейному проводу течет ток силой I_1. На расстоянии d от провода параллельно ему расположен проводник длиной l с током силой I_2, текущим в ту же сторону, что и ток в первом проводнике. Проводники притягиваются друг к другу с силой F. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость вещества</p>
3.3.7	<p>$F_L = qvB \sin \alpha$ На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца F_L, равная произведению заряда q, скорости v частицы, модуля индукции B и синуса угла α между вектором скорости и вектором индукции. Направление силы Лоренца определяется правилом левой руки (сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости \vec{v} и вектору индукции \vec{B}).</p>
3.3.8	<p>$T = 2\pi \frac{m}{qB}$ $\omega = \frac{qB}{m}$ $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$ $h = 2\pi R \cdot \operatorname{ctg} \alpha$ в магнитном поле частица массы m с зарядом q движется по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору индукции, если компонента скорости вдоль поля, равна нулю. Если у частицы имеется такая компонента, то она сохраняется и частица движется по винтовой линии с осью параллельной линии индукции. Параметры движения частицы: T – период вращения, ω – циклическая частота, R – радиус винтовой линии (или окружности), α – угол между вектором скорости \vec{v} и вектором магнитной индукции \vec{B}, h – шаг винтовой линии с осью вдоль магнитного поля.</p>
3.4 Электромагнитная индукция	

3.4.1	$\Phi \equiv BScos\alpha$ – определение магнитного потока через поверхность. Поток Φ – скалярная величина, равная произведению индукции поля, площади поверхности и косинуса угла α между вектором индукции \vec{B} и нормалью \vec{n} к поверхности .
3.4.2	$\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi'$ При изменении магнитного потока Φ через поверхность, охватываемую контуром, в контуре возникает ЭДС индукции ε_i . Величина ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока. Знак минус отражает правило Ленца: индукционный ток имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток. Закон электромагнитной индукции Фарадея.
3.4.3	$\varepsilon_i = E \cdot 2\pi R \Rightarrow E = \frac{\varepsilon_i}{2\pi R}$ В замкнутом контуре (проводящем или непроводящем), пронизываемом изменяющимся магнитным потоком, возникает вихревое электрическое поле с силовыми линиями в форме окружностей и модулем напряженности E .
3.4.4	$\Phi \equiv LI$ ток силой I , текущей по замкнутому контуру (одному витку, или по катушке), создает магнитное поле и с ним магнитный поток Φ , пронизывающий контур. Коэффициент пропорциональности между потоком и силой тока L называется индуктивностью контура, катушки.
3.4.5	$L = \frac{\mu_0\mu N^2 S}{l}$ индуктивность L катушки длиной l , площадью поперечного сечения S и числом витков N . μ – магнитная проницаемость материала сердечника катушки, μ_0 – магнитная постоянная .
3.4.6	$B = \mu_0\mu \frac{N}{l} I$ В катушке длиной l с числом витков N течет ток силой I . Внутри катушке создается магнитное поле индукции B .
3.4.7	$\varepsilon_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -LI'$ если ток, текущий в катушке индуктивности L , изменяется во времени, то изменяется и создаваемый им магнитный поток, пронизывающий катушку. Возникает ЭДС индукции, называемая в этом случае ЭДС самоиндукции ε_{is} . Знак минус отражает правило Ленца –ЭДС самоиндукции препятствует изменению

	тока в катушке.
3.4.8	$L_{\text{общ}} = L_1 + L_2$ две катушки с индуктивностями L_1, L_2 , соединенные последовательно, можно без изменения токов в цепи заменить одной катушкой с индуктивностью $L_{\text{общ}}$.
3.4.9	$L_{\text{общ}} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ две катушки с индуктивностями L_1, L_2 , соединенные параллельно, можно без изменения токов в цепи заменить одной катушкой с индуктивностью $L_{\text{общ}}$.
3.4.10	$\varepsilon_i = Blv$ В проводнике длиной l , движущемся в постоянном магнитном поле индукции \vec{B} так, что вектор скорости \vec{v} проводника перпендикулярен проводнику и вектору индукции, благодаря силе Лоренца, действующей на носители в проводнике, возникает ЭДС индукции ε_i .
3.4.11	$W_M = L \cdot \frac{I^2}{2}$ в катушке индуктивности L , по которой течет ток силой I , запасена магнитная энергия (энергия тока) W_M .
3.4.12	$w_M = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu}$ плотность энергии магнитного поля – энергия, локализованная в единичном объеме пространства, где имеется магнитное поле.
3.5 ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ	
3.5.1	$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ $\omega = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$ частота ν , период T , циклическая частота ω электромагнитных колебаний в контуре, выраженные через параметры колебательного контура: индуктивность катушки L и емкость конденсатора C (формула Томсона). Сила тока в контуре, заряд конденсатора, напряжение на катушке изменяются с частотой ν . Магнитная и электрическая энергия изменяются вдвое быстрее с частотой 2ν .
3.5.2	$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} = c \cdot T$ соотношение между длиной электромагнитной волны λ , ее частотой ν (или периодом T) и скоростью распространения c . В вакууме (воздухе) $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В других средах скорость волны меньше.

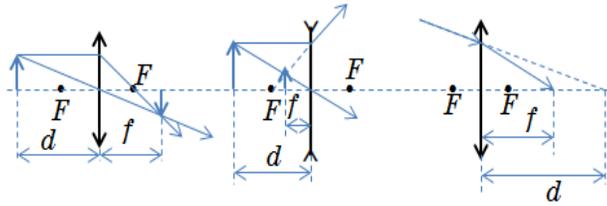
3.5.3	$q(t) = q_m \sin(2\pi\nu t + \varphi_0) = CU_m \sin(2\pi\nu t + \varphi_0)$ зависимость от времени заряда $q(t)$ конденсатора при гармонических колебаниях с частотой ν и амплитудой заряда q_m . Напряжение на конденсаторе $U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ изменяется во времени синхронно с зарядом. φ_0 – фаза колебаний заряда в начальный момент времени.
3.5.4	$I(t) = q'(t) = 2\pi\nu \cdot q_m \cos(2\pi\nu t + \varphi_0) = I_m \cos(2\pi\nu t + \varphi_0)$ $I(t)$ – изменение со временем силы тока $I(t)$ в колебательном контуре при гармонических колебаниях с частотой ν и амплитудой I_m
3.5.5	$I_m = \omega q_m = \omega \cdot CU_m$ соотношение между амплитудами колебаний силы тока I_m , заряда q_m и напряжения на конденсаторе U_m при гармонических колебаниях в контуре.
3.5.6	$W_{\text{э}}(t) = \frac{CU^2(t)}{2} = \frac{CU_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{CU_m^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + \varphi_0)]$ <p>зависимость от времени электрической энергии $W_{\text{э}}(t)$ при колебаниях в контуре с амплитудой напряжения на конденсаторе U_m. Период колебаний энергии вдвое меньше периода колебаний напряжения. Максимальная электрическая энергия равна полной энергии контура $W_{\text{эmax}} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C} = W_{\text{полн}}$</p>
3.5.7	$W_{\text{м}}(t) = \frac{LI^2(t)}{2} = \frac{LI_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{LI_m^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + \varphi_0)]$ <p>зависимость от времени магнитной энергии $W_{\text{м}}(t)$ при колебаниях в контуре с амплитудой силы тока I_m. Период колебаний энергии вдвое меньше периода колебаний силы тока. Максимальная магнитная энергия равна полной энергии контура $W_{\text{мmax}} = \frac{LI_m^2}{2} = W_{\text{полн}}$</p>
3.5.8	$W_{\text{полн}} = \frac{q^2(t)}{2C} + \frac{LI^2(t)}{2} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} = \text{const}$ <p>полная энергия контура при гармонических колебаниях сохраняется</p>

3.5.9	$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \sin \omega t \quad I(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - L\omega}{R} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $I_m(\omega) = \frac{\varepsilon_m}{Z} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - L\omega\right)^2}} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2} (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$ <p>источника ЭДС $\varepsilon(t)$ частоты ω и амплитуды ε_m последовательное соединен с резистором сопротивления R, катушкой индуктивностью L и конденсатором емкости C. Z – полное сопротивление цепи, φ – сдвиг фаз между током и напряжением источника, ω_0 – собственная циклическая частота контура в отсутствие сопротивления. Возникают вынужденные колебания силы тока с амплитудой $I_m(\omega)$.</p>
3.5.10	$I_d = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ <p>действующее значение переменного тока I_d – сила постоянного тока, который выделяет столько же тепла, сколько и переменный гармонический ток амплитуды I_m</p>
3.5.11	$P = \frac{I_m^2}{2} R = I_d^2 R$ <p>по проводнику с сопротивлением R течет переменный гармонический ток с амплитудой I_m. Тепловая мощность тока P может быть выражена через амплитуду тока или через действующее значение тока I_d. Во втором случае формула для мощности переменного тока такая же, как для мощности постоянного тока (для такого совпадения и ввели понятие действующего значения тока)</p>
3.5.12	$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} = U_1 k, \quad k = \frac{n_1}{n_2}$ <p>формулы для трансформатора. U_1 – напряжение между концами первичной обмотки с числом витков n_1, U_2 – напряжение на концах вторичной обмотки с числом витков n_2 при отсутствии нагрузки во вторичной цепи (нет тока, холостой ход), k – коэффициент трансформации.</p>
3.5.13	$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} - I_2 R_2$ <p>трансформатор с нагрузкой во вторичной цепи.</p>

		I_2 – ток во вторичной обмотке, U_2 – напряжение ее концов, R_2 – сопротивление провода вторичной обмотки.
3.5.14	$E_y(x, t) = E_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad B_z(x, t) = B_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$ $B_m = \frac{T}{\lambda} E_m$ <p>Плоская линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в пустом пространстве. Направление распространения выбираем за положительное направление оси x, ось y направляем по электрическому полю волны $\vec{E}(t, x)$, тогда вектор магнитной индукции $\vec{B}(t, x)$ направлен по оси z. Проекции векторов электрического и магнитного полей гармонически зависят от времени и координаты x.</p>	
3.6 Оптика		
3.6.1		<p>Световой луч падает на гладкую поверхность с неровностями меньше длины волны света. Отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормально к поверхности. Угол отражения β равен углу падения α.</p>
3.6.2		$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$ <p>Закон преломления Снелиуса. Световой луч падает под углом α на границу прозрачной среды. Направление распространения света на границе изменяется. Угол преломления, т.е. угол γ подчиняется закону преломления Снелиуса. Показатель преломления n зависит от длины волны света, обычно для красного света показатель преломления меньше.</p>
3.6.3		$n = \frac{c}{v}$ <p>показатель преломления (абсолютный) n может быть выражен как отношение скорости света c в вакууме к скорости света v в среде.</p>
3.6.4		$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{n_2}{n_1}$ <p>Если луч света падает на границу двух прозрачных сред из более плотной среды (с большим показателем преломления $n_1 > n_2$), то существует предельный угол падения $\alpha_{\text{пред}}$, выше которого свет не выходит во вторую среду, полностью отражаясь от</p>

границы прозрачной среды, как от зеркала.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$$

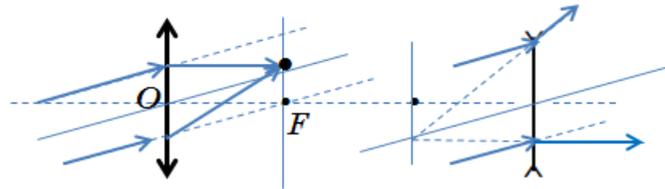


3.6.5

Формула линзы применима в случае рассеивающей и собирающей линзы. F – фокусное расстояние линзы, d – расстояние от предмета до линзы, f – расстояние от изображения до линзы, D – оптическая сила линзы.

Правила знаков: если линза рассеивающая, пишем $(-\frac{1}{F})$. Если

источник мнимый (сходящийся пучок) пишем $(-\frac{1}{d})$. Величина f при заданных d, F и знаках может получиться положительной, это соответствует действительному изображению, или отрицательной – это соответствует мнимому изображению.



3.6.6

Лучи, падающие на собирающую линзу параллельно побочной оптической оси, собираются в одной точке фокальной плоскости линзы. В случае рассеивающей линзы в фокальной плоскости собираются продолжения лучей. Из обратимости хода лучей следует, что лучи, исходящие из одной точки фокальной плоскости собирающей линзы, после преломления идут параллельно друг другу.

$$a) \Gamma \equiv \frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d - F} \quad b) \Gamma_{\text{лупы}} = \frac{s}{F_{\text{лупы}}}$$

3.6.7

увеличением Γ линзы по определению называют отношение размера H изображения в перпендикулярном главной оптической оси направлении к размеру h предмета. Увеличение лупы $\Gamma_{\text{лупы}}$ можно вычислить, зная расстояние наилучшего зрения $s=0,25$ м и фокусное расстояние $F_{\text{лупы}}$.

3.6.8

$D^2 \ll L\lambda$ условие, при котором можно наблюдать дифракционное

	<p>изображение. D – ширина щели, или диаметр отверстия, λ – длина волны света, L – расстояние от отверстия/щели до экрана, где наблюдается дифракционная картина.</p>
3.6.9	$d \cdot \sin \varphi_m = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2... \quad d = \frac{10^{-3}}{N}$ <p>Соотношение между углом φ_m, под которым наблюдается главный максимум порядка m, длиной волны света λ и периодом дифракционной решетки d. N – число штрихов на 1 мм решетки. Уравнение дифракционной решетки.</p>
3.6.10	<p>$\Delta \equiv n_2 s_2 - n_1 s_1$ – оптическая разность хода двух волн по определению. s – геометрическая длина пути волны. Оптической разности хода Δ соответствует разность фаз двух волн $\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$.</p> <p>$\Delta = \pm m \frac{\lambda_0}{2}$ – условие максимумов и минимумов при интерференции волн. Четному m соответствует максимум на интерференционной картине, нечетному – минимум</p>
3.6.11	$\delta\varphi = \frac{4\pi h}{\lambda_0} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \pi$ <p>свет с длиной волны λ_0 падает под углом α из воздуха по на пластину толщиной h с показателем преломления n. Разность фаз волн, отраженных от передней и задней поверхностей пластины $\delta\varphi$. Учтена добавка к фазе волны $\Delta\varphi = \pi$, возникающая при отражении от более плотной среды (от передней грани). $\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2}$</p>
4. ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ	
4.1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Все физические явления протекают во всех инерциальных системах отсчета одинаково. 2. Свет распространяется в вакууме со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, не зависящей от скорости источника или наблюдателя. <p>Два постулата теории относительности.</p>

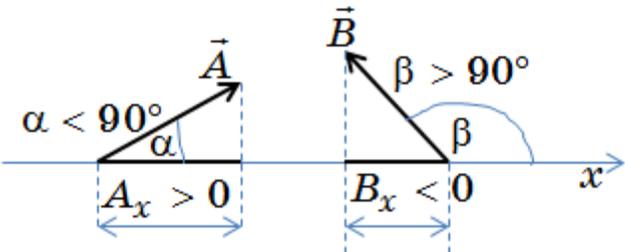
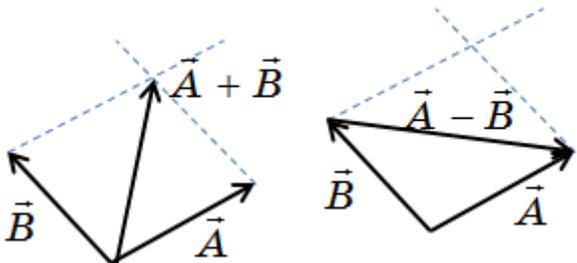
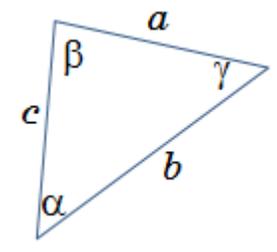
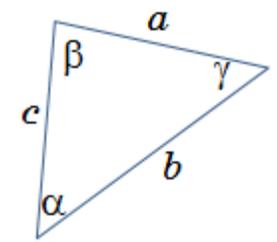
4.2	$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau_0 \gamma \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$ <p>соотношение между интервалом времени τ, измеренным наблюдателем, мимо которого движется тело со скоростью v и собственным временем τ_0, измеренным в системе отсчета, где тело покоится.</p>
4.3	$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma}$ <p>связь длины тела l, измеренной наблюдателем, мимо которого тело движется со скоростью v, и длины l_0 тела в системе отсчета, в которой оно неподвижно.</p>
4.4	$v_{\text{абс}} = \frac{v_{\text{отн}} + v_{\text{пер}}}{1 + \frac{v_{\text{пер}} \cdot v_{\text{отн}}}{c^2}}$ <p>Подвижная система отсчета движется со скоростью $v_{\text{пер}}$. Наблюдаемое тело движется в том же направлении со скоростью $v_{\text{отн}}$ относительно подвижной системы. $v_{\text{абс}}$ - скорость тела относительно неподвижной системы. Замена классической теоремы сложения скоростей $v_{\text{абс}} = v_{\text{отн}} + v_{\text{пер}}$ в ТО</p>
4.5	$E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 \gamma(v)$ <p>энергия $E(v)$ свободного тела в теории относительности. m – масса тела, скорости v – его скорость, $\gamma = \frac{E(v)}{mc^2}$</p>
4.6	<p>$E(v = 0) = E_{\text{пок}} = mc^2$ энергия тела при нулевой скорости называется энергией покоя $E_{\text{пок}}$.</p> <p>$E_{\text{кин}}(v) \equiv E(v) - mc^2 = mc^2(\gamma(v) - 1)$ кинетической энергией в теории относительности называется разность между энергией при скорости v и энергией покоя</p>

4.7	$\vec{p}(v) = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}\gamma$ выражение для импульса $\vec{p}(v)$ тела в ТО
4.8	$\vec{p}' = \vec{F}$ второй закон Ньютона в импульсной форме в ТО выглядит как в классической механике
4.9	$E^2(p) = p^2 c^2 + m^2 c^4$ соотношение между энергией и модулем импульса в ТО
4.10	$E_{\text{кин}} = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - m c^2$ соотношение между кинетической энергией и модулем импульса в ТО. (замена классической связи $E_{\text{кин}} = \frac{p^2}{2m}$)
4.11	$E \approx m c^2 + \frac{mv^2}{2}$ энергия свободного тела при скорости $v \ll c$ в ТО.
5. Квантовая физика	
5.1. корпускулярно-волновой дуализм	
5.1.1	$\epsilon_{\text{ф}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$ $\epsilon_{\text{ф}}$ связь энергия фотона с его частотой ν и длиной волны λ . h – постоянная Планка.
5.1.2	$p_{\text{ф}} = \frac{\epsilon_{\text{ф}}}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda_{\text{ф}}} \quad \lambda_{\text{ф}} = \frac{h}{p_{\text{ф}}} \quad \lambda_{\text{ф}} [\text{мкм}] = \frac{1,24}{\epsilon [\text{эВ}]}$ соотношение между импульсом фотона $p_{\text{ф}}$, его энергией $\epsilon_{\text{ф}}$, длиной волны $\lambda_{\text{ф}}$, частотой ν . c – скорость света. $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \text{ пм}$ – комтоновская длина волны электрона
5.1.3	$\lambda_{\text{э}} = \frac{h}{p_{\text{э}}}$ связь длины волны $\lambda_{\text{э}}$ электрона (волны де Бройля) и его импульса $p_{\text{э}}$.

5.1.4	$F = \frac{P}{c} (1 + R) = \frac{Nh\nu}{c} (1 + R) = \frac{Nh}{\lambda} (1 + R)$ <p>– сила F, с которой падающий световой поток мощности P давит на поверхность с коэффициентом отражения R. N – число фотонов, падающих на поверхность в секунду, ν – частота фотона, λ – длина волны света.</p>
5.1.5	$\frac{mv^2}{2} = \varepsilon_{\text{ф}} - A_{\text{ВЫХ}} = h\nu - A_{\text{ВЫХ}} = h \frac{c}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}}$ <p>фотон частоты ν с энергией $\varepsilon_{\text{ф}} = h\nu$, попадая на металлическую поверхность, выбивает из металла электрон. Кинетическая энергия выбитого электрона равна разности между энергией фотона и работой выхода $A_{\text{ВЫХ}}$, которую надо затратить, чтобы удалить электрон из металла. v, m – скорость и масса вырванного фотоном электрона, λ – длина волны падающего на металл света. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.</p>
5.1.6	$h\nu_{\text{min}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{max}}} = A_{\text{ВЫХ}} \quad \lambda_{\text{max}} = \frac{1243,12}{A_{\text{ВЫХ}} [\text{эВ}]}$ <p>нм минимальная частота ν_{min}, при которой возможен фотоэффект, определяется величиной работы выхода металла $A_{\text{ВЫХ}}$. Максимальная длина волны фотона $\lambda_{\text{max}} = \lambda_{\text{кр}}$ м, при которой выбивается электрон (красная граница фотоэффекта), соответствует минимальной частоте фотона.</p>
5.1.7	$U_3 = \frac{E_{\text{КИН}}}{e} \quad U_3 = \frac{h\nu - A_{\text{ВЫХ}}}{e}$ <p>напряжение U_3, при котором фототок обращается в ноль (запирающее/задерживающее напряжение (на облучаемой пластине плюс) определяется кинетической энергией $E_{\text{КИН}}$ выбитого электрона. e – заряд электрона.</p>
5.2 Физика атома	
5.2.1	$m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$ <p>соотношение между радиусам r_n разрешенной орбиты в атоме водорода, скоростью v_n электрона на этой орбите и номером n орбиты. m_e – масса электрона. Правило квантования Бора.</p>
	$E_n = -Z^2 \frac{R}{n^2} = -Z^2 \frac{13,6}{n^2} \text{эВ} = -Z^2 \frac{2,18 \cdot 10^{-18}}{n^2} \text{Дж} \quad \text{Дж} = 1, 2, 3...$

5.2.2	<p>E_n – энергия n –го уровня в атоме водорода и ионах с одним электроном.</p> <p>$R = 13,6$ эВ постоянная Ридберга, Z –зарядовое число (число протонов в ядре).</p>
5.2.3	<p>$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h}$ – частота фотона, излученного или поглощенного при переходах в атоме между уровнями с энергиями E_k и E_n.</p> <p>$\lambda_{kn} = \frac{ch}{E_k - E_n}$ – длина волны света, излучаемого или поглощаемого при переходе.</p> <p>$\lambda_{kn} = \frac{l}{Z^2} \cdot \frac{k^2 n^2}{k^2 - n^2} \quad l = \frac{ch}{R} = 91,2 \text{ нм}$</p>
5.3. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА	
5.3.1	<p>$A \equiv Z + N$ определение массового числа A – сумма числа Z протонов в ядре и числа N нейтронов в ядре. Число протонов Z называют зарядовым числом ядра. Общее название протонов и нейтронов – нуклоны.</p>
5.3.2	<p>${}^A_Z\text{Li} = \begin{matrix} \text{число нуклонов} \\ \text{число протонов} \end{matrix} \text{Li} = {}^7_3\text{Li}$ обозначения изотопа элемента (для примера лития). Верхний индекс – массовое число A, нижний – зарядовое число Z, равное порядковому номеру элемента таблице Менделеева.</p>
5.3.3	<p>$\Delta m \equiv Zm_p - Nm_n - m$ определение дефекта масс ядра</p> <p>Δm – разность между массой свободных нуклонов, составляющих ядро, и массой ядра, в котором эти нуклоны связаны ядерными силами</p>
5.3.4	<p>$\Delta E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2 = [Zm_p + Nm_n - (m_{\text{атом}} - Zm_e)] \cdot c^2$</p> <p>$\Delta E_{\text{св}}$ энергия связи атомного ядра, выраженная через массы нуклонов, массу атома изотопа и массу электрона оболочки. Столько энергии нужно затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны.</p>
5.3.5	<p>${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}_{-1}^0\text{e} + \nu$ схема электронного бэта- распада β^- – превращения нейтрона в протон с испусканием электрона и антинейтрино.</p>
5.3.6	<p>${}^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{H} \Rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$ первая ядерная реакция (1919 г, Резерфорд).</p> <p>В ядерных реакциях сохраняются сумма массовых чисел и сумма</p>

	зарядовых чисел.
5.3.7	$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 e^{-\lambda t}$ <p>Закон радиоактивного распада. N_0 – число радиоактивных ядер в момент начала отсчета времени, $N(t)$ – число ядер, оставшихся к моменту t, T – период полураспада, За время, равное T, распадется половина начального количества ядер .</p> $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ – постоянная распада
5.3.8	$A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = -N'(t) = \frac{\ln 2}{T} \cdot N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = \lambda N(t)$ <p>активность препарата по определению – число распадов ядер в единицу времени. T – период полураспада, λ – постоянная распада</p>
5.3.9	$q = e \frac{m}{M} N_A \cdot Z$ <p>суммарный заряд всех ядер изотопа элемента массой m. Z – зарядовое число, M – молярная масса</p>
<i>математическое приложение</i>	
M1	<p>a) $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$, b) $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$, c) $\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x$, d) $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$</p> <p>e) $(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3 \approx 1 + 3x$</p> <p>формулы для приближенных расчетов. Применимы при $x \ll 1$</p>
M2	<p>a) $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ b) $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$</p> <p>c) $A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\alpha + \varphi)$ $\cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, $\sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$</p> <p>тригонометрические формулы, используемые для описания сложения колебаний и интерференции волн</p> <p>d) $\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$ $\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$</p>

<p>M3</p>	 <p>Проекция векторов на ось x. Вектор \vec{A} образует острый угол α с положительным направлением оси – его проекция на ось положительная $A_x = A \cos \alpha > 0$. Вектор \vec{B} составляет тупой угол β с положительным направлением оси, его проекция на ось отрицательная $B_x = B \cos \beta < 0$. (A, B - модули векторов).</p>
<p>M4</p>	 <p>Сложение и вычитание векторов \vec{A} и \vec{B}. Стрелочка у вектора разности $\vec{A} - \vec{B}$ ставится около вектора \vec{A} (правило «уколки уменьшаемое»).</p>
<p>M5</p>	<p>$\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv A \cdot B \cdot \cos \alpha = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$ определение скалярного произведения векторов \vec{A} и \vec{B} и его выражение через проекции векторов на взаимно перпендикулярные оси координат x, y, z. α – угол между векторами.</p>
<p>M6</p>	<p>$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b}$ теорема синусов</p> 
<p>M7</p>	<p>$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$ теорема косинусов</p> 

M8	$s_n = a_1 + qa_1 + q^2a_1 + \dots + q^{n-1}a_1 \quad s_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ <p>сумма n первых членов геометрической прогрессии</p>	
	Производные нужных для решения задач функций	
M9	$y = at + b$	$y' = a$
M10	$y = at^2 + bt + c$	$y' = 2at + b$
M11	$y = y_m \cos \omega t$	$y' = -\omega y_m \sin \omega t$
M12	$y = y_m \sin \omega t$	$y' = \omega y_m \cos \omega t$
M13	$y = 2^t$	$y' = 2^t \cdot \ln 2$
M14	$y = kx + b$ уравнение прямой	
M15	$y = ax^2 + bx + c$ уравнение параболы	
M16	<p>a) Площадь поверхности сферы радиуса R: $S = 4\pi R^2$</p> <p>b) шара радиуса R: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p>	

Основные постоянные

Гравитационная постоянная - $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$

Скорость света в вакууме - $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; $c^2 = 8,98752 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2$

Постоянная Планка -

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$$

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 6,59 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}$$

Электрическая постоянная - $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

Постоянная Авагадро - $N_A = 6,022141 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Постоянная Больцмана - $k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

Заряд электрона (модуль) - $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

Масса электрона - $m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.}$

1.5.Масса протона - $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00728 \text{ а.е.м}$

Масса нейтрона - $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00867 \text{ а.е.м.}$

Масса α -частицы $m_\alpha = 6.644656 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 4.00150 \text{ а.е.м}$

Масса ядра дейтерия $m_D = 2,014102 \text{ а. е. м.}$

Масса ядра трития $m_T = 3,016049 \text{ а. е. м}$

Производные от основных постоянных

Отношение модуля заряда электрона к его массе (удельный заряд электрона)

–

$$\frac{e}{m_e} = e^* = 1,759 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг} \quad (m^* = \frac{m_e}{e} = 5,68 \cdot 10^{-12} \text{ кг / Кл})$$

Отношение заряда протона к его массе - $\frac{e}{m_p} = e_p^* = 9,5779 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}$

Постоянная Фарадея - $F = eN_A = 9,648 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$

Коэффициент связи массы и энергии -

$$c^2 = \frac{E}{m} = 8,9874 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг} = 931,5 \text{ МэВ/а.е.м.}$$

$$1 \text{ атомная единица массы (а.е.м.)} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,5 \text{ МэВ}$$

$$1 \text{ а.е.м.} = \frac{1}{N_A (1 / \text{кмоль})} \text{ кг} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 6,02 \cdot 10^{26} \text{ а.е.м.}$$

$$1 \text{ электрон-вольт (эВ)} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$1 \text{ Дж} = 6,24146 \cdot 10^{18} \text{ электрон-вольт (эВ)}$$

$$1 \text{ МэВ} = 1,60219 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

Энергия покоя электрона -

$$E_{0e} = m_e c^2 = 8,187 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,511 \text{ МэВ}$$

Энергия покоя протона -

$$E_{0p} = m_p c^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 938,26 \text{ МэВ}$$

Энергия покоя нейтрона -

$$E_{0n} = m_n c^2 = 1,505 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = 939,55 \text{ МэВ}$$

$$\text{Энергия покоя } \alpha \text{-частицы - } E_{0\alpha} = m_\alpha c^2 = 3,72738 \text{ ГэВ}$$